

**Facultad de Ciencias.
Centro de Matemática.
Matemática Discreta 2018**

Propuesta Julio.

1. Determinar la cantidad de enteros positivos menores o iguales a 500 que no son múltiplos de 3 ni de 7 ni de 11.
2. Sea $f : \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ una función y \sim la relación en $\{1, 2, \dots, n\}$ definida por: $a \sim_f a'$ si y sólo si existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $f^k(a) = a'$ (recordamos que f^k es la composición de k copias de f y f^0 es la función identidad).
 - a) Probar que para cualquier f , se tiene que \sim_f es una relación reflexiva y transitiva.
 - b) Probar que \sim_f es de equivalencia si y sólo si existe $K \in \mathbb{N}$ $K \neq 0$ tal que $f^K = id$.
 - c) Dar un ejemplo de $f \neq id$ para el que \sim_f sea antisimétrica.
3. Números de Stirling.

Llamemos $S(n, m)$ a la cantidad de formas de partir un conjunto con n elementos en m subconjuntos (indistinguibles, no vacíos y disjuntos).

 - a) Calcular $S(3, 1)$, $S(3, 2)$, $S(3, 3)$.
 - b) Calcular $S(n, 1)$, $S(n, n)$.
 - c) Hallar una forma de obtener $S(n + 1, m)$ en función de los $S(n, \dots)$.
 - d) Comparar $S(n, m)$ con la cantidad de funciones sobreyectivas de un conjunto con n elementos en uno con m elementos.
4. Se considera un grafo G con la propiedad de que tiene únicamente dos vértices de grado impar. Sea n la cantidad de vértices.
 - a) Describir los posibles grafos G para $n = 2, 3, 4$ (a menos de isomorfismo).
 - b) Probar que los dos vértices de grado impar están conectados.