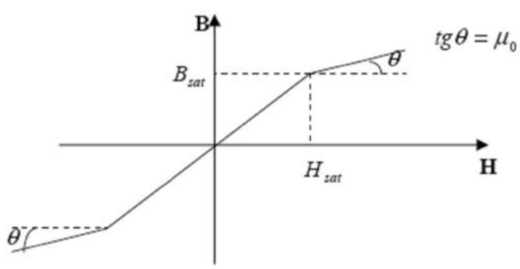
Electromagnetismo (2020)

Práctico 9

Circuitos Magnéticos - Ley de Faraday y Ampere Maxwell

1. Sobre un anillo de hierro dulce con un entre hierro de aire de $d = 1cm$, se enrolla en forma toroidal un conductor. La longitud media del anillo de hierro es de $a = 0,2m$ y su área transversal es $A = 4\,cm^2$. Para el hierro $\mu = 3000\mu_0$. El enrollado tiene 200 vueltas y lleva una corriente $I = 10A$. Despreciando efectos de dispersión, calcular la inducción magnética del entrehierro (el espacio de ancho d).

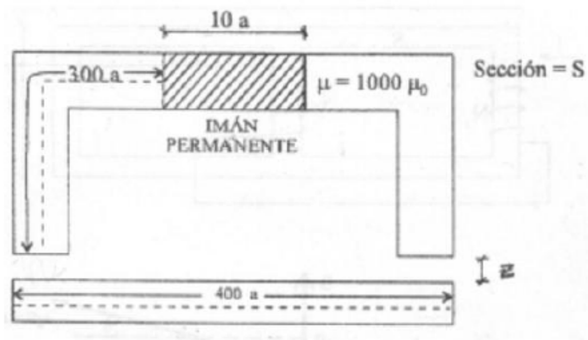
2. Por un conductor cilíndrico muy largo de radio a y permeabilidad magnética μ_0 circula una corriente distribuida uniformemente en su sección transversal. El conductor está inmerso en un material magnético homogéneo e isótropo cuya curva de magnetización se proporciona en la figura:

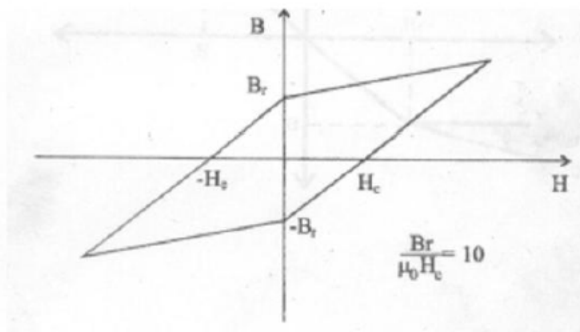


$$\begin{aligned} \vec{B}(\vec{H}) &= \mu\vec{H} & \text{si } |\vec{H}| < H_{sat} \\ \vec{B}(\vec{H}) &= \vec{B}_{sat} + \mu_0(\vec{H} - \vec{H}_{sat}) & \text{si } |\vec{H}| > H_{sat} \\ \text{con } \mu &= \left.\frac{|\vec{B}_{sat}|}{|\vec{H}_{sat}|}\right| & \end{aligned}$$

Hallar y graficar la intensidad magnética $\vec{H}$ y la inducción magnética $\vec{B}$ en todo el espacio. Discutir según el valor de I. En el caso en que ocurra saturación especificar claramente que valores de I y en qué región del espacio esto ocurre.

3. Se considera el circuito magnético (de sección uniforme S) de la figura donde la región de imán permanente se halla construida con un material magnético cuyas características están dadas por la gráfica. Calcular $\vec{B}$ y $\vec{H}$ en todo el espacio.

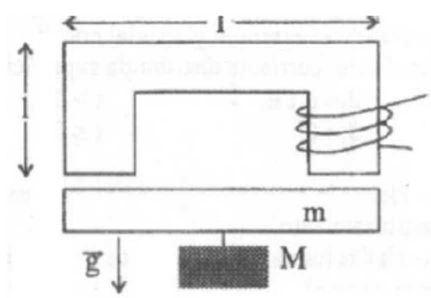




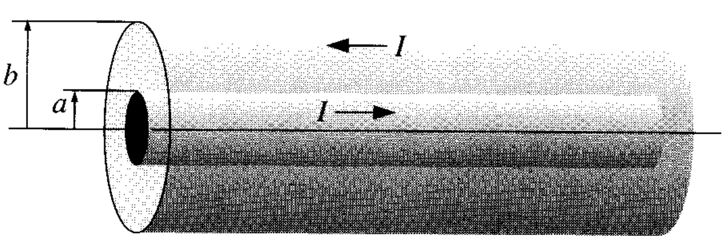
4. Considerar el circuito magnético de la figura, donde el núcleo es de un material lineal de permeabilidad $\mu \gg \mu_0$ y sección transversal S.

   a) Determinar la intensidad magnética $\vec{H}$ en el núcleo y en el entrehierro.

   b) La barra tiene una masa m ¿cuál es el peso máximo que se puede suspender de ella sin que se desprenda?



5. Un cable coaxial largo lleva una corriente I (la corriente fluye en un sentido sobre la superficie del cilindro interior, de radio a, y en el otro sentido por el cilindro exterior de largo b) como muestra la figura. Halle la energía magnética almacenada por unidad de longitud.



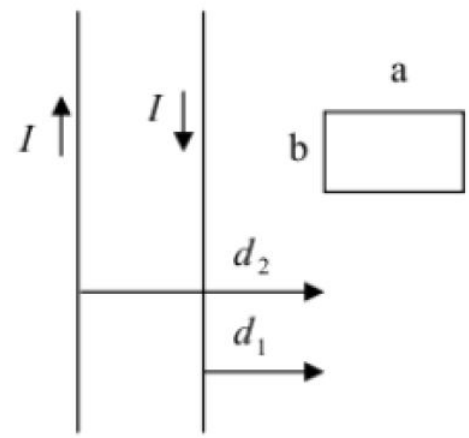
6. Una bobina toroidal de N vueltas se enrolla sobre un toro no magnético de sección transversal rectangular A. Si el radio interno del toro es a y el externo es b. Calcular la autoinducción L.

7. *a*) Exprese el flujo magnético a través de una superficie S limitada por una curva cerrada ∂S en función del potencial vectorial magnético $\vec{A}$.

   b) Utilice la Ley de Faraday para relacionar el campo eléctrico inducido con un potencial vector variable en el tiempo.

   c) Muestre que la relación anterior implica la existencia de un potencial escalar electromagnético $\varphi^*(\vec{r}, t)$. Observe que en electroestática este potencial coincide con el potencial electrostático usual.

8. Considere los dos alambres infinitos de la figura en la vecindad de una espira rectangular de lados a y b. Los alambres llevan una corriente $I(t)$ en sentidos opuestos, como se indica en la figura. Suponga que $I(t)$ varía tal que $\frac{dI}{dt} > 0$.



   a) Determine la FEM inducida en la espira calculando la variación de flujo magnético en la misma.

   b) Calcule el potencial vector de un alambre infinito y vuelva a calcular la FEM inducida.

   c) Calcule las inductancias mutuas de cada conductor rectilíneo con la espira.

9. Un disco fino de ancho w, radio R y conductividad g está en reposo en una campo magnético sinusoidal de frecuencia ω y perpendicular a la superficie del disco.

   a) Determine la densidad de corriente inducida en el disco.

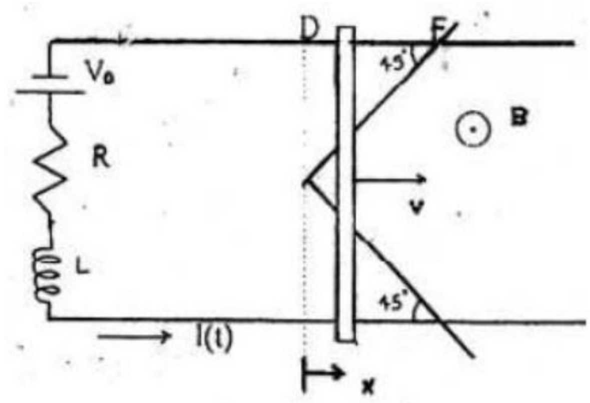
   b) Halle la potencia disipada por efecto Joule en el disco.

10. A partir de las ecuaciones de Maxwell demuestre la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

Para ello utilice la ley de Ampere generalizada para escribir el campo eléctrico en función de la corriente y el campo magnético. Considere también la derivada respecto del tiempo de la ley de Gauss.

11. Una barra metálica se desliza con velocidad v constante sobre los rieles de la figura. Los rieles están conectados a una fuente de tensión V_0 , a una resistencia R y a una bobina de inductancia L. La barra atraviesa una región triangular como se muestra en al figura y donde se ha establecido un campo magnético B uniforme y constante. Mientras la barra se mueve entre los puntos D y F:

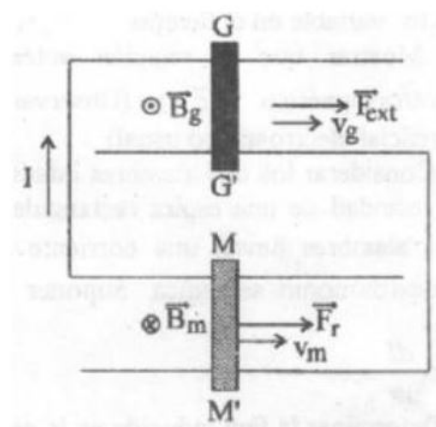


   a) Halle la intensidad $I(t)$ que circula por el circuito. Suponga $I(t=0) = \frac{V_0}{R}$.

   b) Calcule la fuerza externa necesaria para que la barra se mueva a velocidad constante.

   c) Halle la potencia entregada por la fuerza externa, la potencia entregada por la fuente V_0 y la potencia disipada por el circuito.

12. Dos pares de rieles conectados como se indica en la figura están en regiones del espacio donde se han establecido los campos B_g y B_m uniformes y constantes. Sobre los rieles deslizan dos barras metálicas GG' y MM' de longitud L. La barra GG' es arrastrada a velocidad constante v_g por una fuerza externa. Sobre la barra MM' actúa una fuerza de rozamiento constante F_r (debido a los rieles). Determine en función de estos datos y la resistencia eléctrica del circuito:

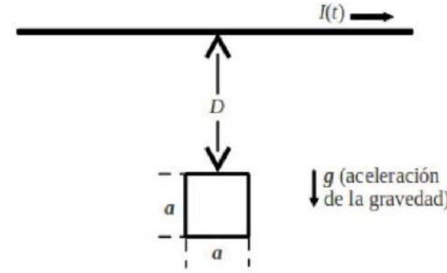


   a) La velocidad de régimen v_m de la barra MM'.

   b) La potencia aportada por la barra GG'.

   c) La potencia consumida por la barra MM'.

13. A través de un alambre conductor horizontal (largo) circula una corriente variable. Una espira conductora cuadrada de lado a, masa m y resistencia R, se encuentran en un plano vertical a una distancia D por debajo del alambre, como se muestra en la figura. En el tiempo $t = 0$ la espira se libera a partir del reposo. Si se desprecia la autoinductancia de la espira:



   a) Determine la corriente inducida sobre la espira cuadrada.

   b) Determine cual debe ser la corriente en función del tiempo para que la espira se mantenga en reposo luego de ser liberada. Muestre que la misma debe decrecer con el tiempo. Suponga que en tiempo cero la corriente es I_0. ¿Durante cuánto tiempo la corriente puede mantener a la espira en reposo? Suponga de ahora en más, que el sistema se encuentra en dicho régimen de tiempo.

c) Si un agente externo mueve la espira en la dirección paralela a la corriente a velocidad constante:

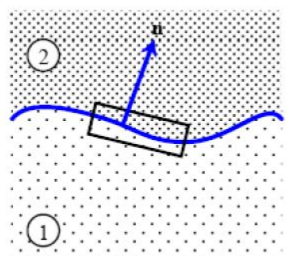
1) Calcule el flujo magnético que atraviesa la espira.
2) ¿Cuál es la FEM que se induce en la espira?

d) Si un agente externo mueve la espira en la dirección perpendicular a la curriente con una aceleración constante $\frac{g}{2}$:

1) Halle la velocidad de la espira un tiempo t luego de ser activado el agento externo.
2) Halle el flujo magnético y la FEM inducida a través de la espira cuadrada.

14. Imagine una frontera que separa dos medios con propiedades electromagnéticas diferentes. Aplicando cada ecuación de Maxwell a una geometría adecuada demuestre que los campos en al frontera verifican las condiciones de borde:

$$\begin{cases} D_2^{\perp} - D_1^{\perp} = \sigma_{\mathrm{L}} & B_2^{\perp} - B_1^{\perp} = 0 \\ \mathbf{E}_2^{\parallel} - \mathbf{E}_1^{\parallel} = 0 & \mathbf{H}_2^{\parallel} - \mathbf{H}_1^{\parallel} = \mathbf{j}_{\mathrm{L}} \times \hat{\mathbf{n}} \end{cases}$$



Donde las densidades de carga y corriente involucradas son la densidad de carga libre superficial σ_L y corrientes trasportadoras $\vec{j}_L$.

15. *a*) Use la analogía entre la Ley de Faraday y la Ley de Ampere, junto con la ley de Biot-Savart para demostrar que un campo eléctrico inducido por Faraday puede ser expresado como:

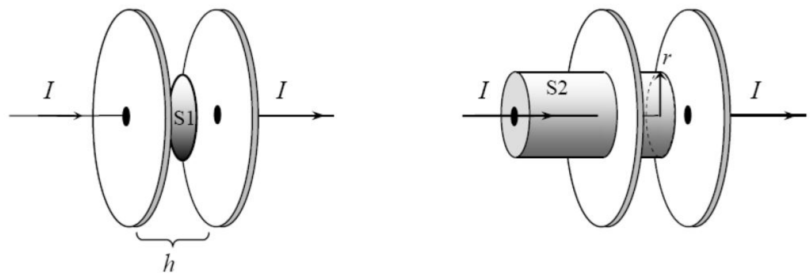
$$\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathbb{R}^3} \frac{\vec{B}(\vec{r}\,',t) \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} d^3r'$$

b) Muestre que el campo eléctrico se puede calcular como $-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, donde $\vec{A}$ es el potencial vector. Corrobore este resultado tomando rotor en ambos lados.

c) Un cascaron esférico de radio R que tiene una densidad de carga σ. Gira entorno a un eje fijo y su velocidad angular $\omega(t)$ cambia lentamente con el tiempo. Encuentre el campo eléctrico dentro y fuera de la esfera.

16. Considere un condensador de placas paralelas circulares (radio R), como se muestra en la figura, con cables finos que conectan los centros de las placas. La separación entre las placas es $h << R$. Una corriente constante I fluye de las placas, y se asume que la densidad de carga superficial $\sigma(\vec{r},t)$ es uniforme en todo momento, siendo cero en el tiempo inicial.

a) Encuentre el campo eléctrico entre las placas para todo tiempo t.



b) Encuentre la corriente de desplazamiento a través de un circulo de radio r en un plano entre las placas paralelo a ellas. Usando este círculo como "circuito amperiano" y la superficie plana que engendra, halle el campo magnético a una distancia del eje.

c) Repita la parte anterior pero utilice la superficie cilíndrica S_2 (complemento de S_1 del cilindro) mostrada en la figura.

d) Si usted mide $\vec{B}$ en el laboratorio, ¿detecta los efectos de la corriente de desplazamiento, o simplemente confirma los efectos de las corrientes ordinarias?