Facultad de Ciencias. Centro de Matemática.
Matemática Discreta. 2018

Parcial 1.

1. Probar que $2^m > m^2 + 1$ para todo natural $m \geq 5$.

2. Se considera el conjunto $C = \{1, 2, 3, 4\}$ y la relación $\sim$ sobre $P(\mathbb{N})$ definida por

$$A \sim B \text{ si y sólo si } A \cap C = B \cap C.$$

   a) Probar que $\sim$ es una relación de equivalencia.
   b) Hallar la clases de equivalencia de $\emptyset$, la de $\{1\}$ y la de $\{1, 8\}$.
   c) ¿Cuántas clases de equivalencia hay?

3. *a*) Probar la siguiente afirmación:

> Sea $X \subseteq \mathbb{N}$ que verifica
> - $0 \in X$ y
> - Si $n \in \mathbb{N}$ y $(\forall k \leq n, k \in X)$, se cumple $n + 1 \in X$.
>
> Entonces $X = \mathbb{N}$.

   b) Enunciar el principio de inducción completa fuerte para una propiedad P, con el caso base en $n = 0$.
   c) Probar el principio enunciado en la parte anterior, aplicando la afirmación de la parte a) al conjunto $X = \{n \in \mathbb{N} \mid \text{ vale } P(n)\}$.