

ASTRONOMIA FUNDAMENTAL

PRACTICO I: Trigonometría Esférica

1. Para medir el radio de la Tierra, Eratóstenes usó en el Siglo III AC un método trigonométrico combinado con observaciones. Se sabía que para Siena (hoy en día Asuán, Egipto, $24^{\circ}05'N$ $32^{\circ}54'E$) en el día del solsticio de verano una vara ubicada verticalmente no proyectaba sombra. Sin embargo, en Alejandría ($31^{\circ}12'N$ $29^{\circ}55'E$) ese mismo día una vara de 1 metro de longitud proyectaba una sombra de 12,63 cm de longitud. Si en ese entonces la distancia medida entre Siena y Alejandría era de 924 km, ¿cuál es el radio de la Tierra? ¿Qué hipótesis son las empleadas para resolver este problema?
2. Dos barcos X e Y están navegando siguiendo los paralelos de latitudes 48° N y 15° S respectivamente, de tal manera que en todo instante los dos barcos están sobre el mismo meridiano de longitud. Si la velocidad de X es 35 km/h, encontrar la velocidad de Y.
3. • Si A y B son dos lugares en la superficie de la Tierra con la misma latitud ϕ y la diferencia de longitud geográfica entre A y B es $2l$, pruebe que:
 - (a) La mayor latitud alcanzada por el círculo máximo AB es

$$\phi_M = \arctan(\tan \phi \sec l)$$

- (b) La distancia medida a lo largo del paralelo de latitud entre A y B excede de la distancia AB tomada sobre el círculo máximo en

$$2R[l \cos \phi - \arcsin(\sin l \cos \phi)]$$

siendo R el radio de la Tierra.

4. • Considere 2 observadores A y B localizados sobre la superficie terrestre en (λ_A, ϕ_A) y (λ_B, ϕ_B) . Si el observador B realiza un pequeño desplazamiento $\Delta\phi_B$ a lo largo de un meridiano, probar que la distancia AB a lo largo de un círculo máximo varía en

$$\Delta(AB) = \Delta\phi_B \left[\sin \phi_B \cos \phi_A \cos(\lambda_B - \lambda_A) - \sin \phi_A \cos \phi_B \right] / \sin(AB)$$

5. • Un avión parte de Lima ($12^{\circ}10'S$, $77^{\circ}05'W$) y vuela directamente a Roma ($41^{\circ}53'N$, $12^{\circ}33'E$). Calcule la distancia recorrida en km y la longitud geográfica en la que el avión cruza el Ecuador.
6. • (parcial 2004) Viaje a Sydney. Desplazándonos por la superficie de la Tierra nos proponemos llegar a Sydney ($\phi = -34^{\circ}$, $\lambda = +151^{\circ}$) siguiendo el círculo máximo de mínima longitud partiendo desde Montevideo ($\phi = -35^{\circ}$, $\lambda = -56^{\circ}$).
 - (a) Suponiendo la Tierra esférica hallar el acimut (sentido NOSE) de la dirección hacia donde debemos comenzar el recorrido.
 - (b) Calcular la longitud del arco de círculo máximo expresado en radios terrestres.

Respuestas: 1) 7.357 km, 2) $\lambda_Y = 50,52$ km/h, 5) $\widehat{LR} = 10.877$ km, $\lambda = 63^{\circ}35'W$, 6) a) $A = 156^{\circ}53'$, b) $\widehat{MS} = 11.845$ km