

#### Práctico 4: Relaciones: Relaciones de orden y matriz asociada a una relación

1. Averiguar cuáles de las relaciones del ejercicio 3 del Práctico 3 son de orden y, de estas, hallar cuáles son órdenes totales.
2. ¿Puede ser una relación de orden y de equivalencia a la vez?
3. Sea  $\mathcal{R}$  la relación de ser divisor en  $\mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ .
  - a) Investigar si esta relación cumple cada una de las siguientes propiedades:
    - a) Reflexividad      b) Irreflexividad      c) Simetría
    - d) Asimetría      e) Antisimetría      f) Transitividad
  - b) Probar que es una relación de orden. Probar que este orden no es total.
  - c) Determinar los elementos minimales, mínimos, maximales y máximos de esta relación.
4. Sea  $\leq$  un orden sobre  $A$ .
  - a) Probar que el mínimo, si existe, es único.
  - b) Probar que si  $a$  es mínimo entonces  $a$  es el único minimal y dar un ejemplo (de un conjunto ordenado  $A$  infinito) en que el recíproco no es cierto.
  - c) Probar que si  $A$  es finito, el recíproco de la parte anterior es cierto.
  - d) Probar para un orden total, todo minimal es mínimo.
5. Se dice que un orden sobre  $A$  es un *buen orden* si todo subconjunto no vacío tiene mínimo.
  - a) Observar que el orden usual de  $\mathbb{N}$  es un buen orden y que el de  $\mathbb{Z}$  no lo es.
  - b) Probar que todo buen orden es total e investigar sobre la validez del recíproco.
  - c) Definir un buen orden sobre  $\mathbb{Z}$  y uno sobre  $\mathbb{Q}$ .
6. a) Determinar qué propiedades tiene la matriz asociada a una relación que sea
  - a) reflexiva      b) simétrica      c) antisimétrica      d) asimétrica      e) transitivab) ¿Cómo se relacionan las matrices asociadas a  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{R}^{op}$ .