PRIMER PARCIAL ONDAS 2021

13/05/2021

Ejercicio 1.

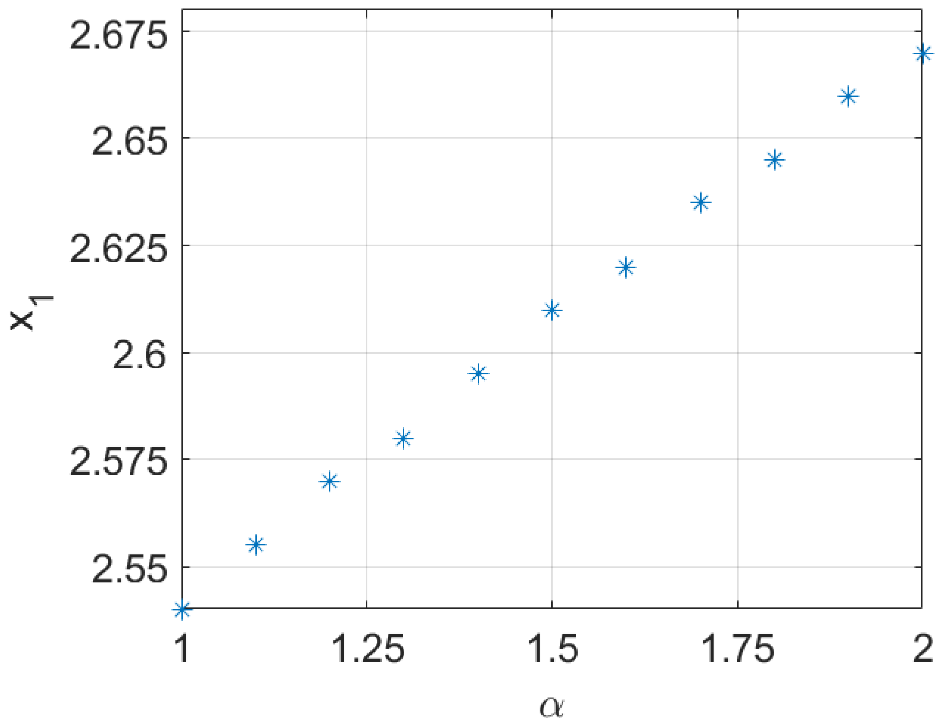
Una cuerda de densidad lineal $\rho = 0.01\ kg/m$ y longitud $L = 0{,}20\ m$ se estira entre dos soportes rígidos con una tensión $|\vec{T}| = 10\ N$. La cuerda se carga en el centro con una masa $M = 2{,}0 \times 10^{-3} kg$. (a) Hallar la frecuencia fundamental del sistema. (b) Si el coeficiente de Fourier del modo fundamental vale $A_1 = 1{,}74 \times 10^{-3}\ m$, hallar la amplitud de vibración de la masa M cuando la cuerda vibra en ese modo.

Dato: La ecuación $\cot\mathrm{an}(x) = x$ tiene como primera solución $x \cong 0{,}8603$.

Ejercicio 2.

La membrana de un micrófono de condensador tiene 3,0 cm de diámetro y se estira a una tensión $|\vec{T}| = 4{,}0 \times 10^4 N/m$. La densidad superficial de masa de la membrana vale $\rho = 5{,}4 \times 10^{-1}\ kg/m^2$. (a) Hallar la frecuencia fundamental de vibración de la membrana. (b) Si ahora consideramos el volumen de aire entre la membrana y la placa del condensador (separados entre sí una distancia $d = 0{,}5\ mm$), hallar la nueva frecuencia fundamental de vibración e indicar su variación porcentual respecto al caso anterior. (c) Sobre la membrana actúa un forzante uniforme con frecuencia 500 Hz y amplitud 2,0 Pa. Hallar el desplazamiento promedio de la membrana sin considerar el aire entre las dos placas.

Datos: El primer cero de la función de Bessel de orden 0 es $j_{01} = 2{,}405$. Para el aire la presión de equilibrio es $P_0 = 1 \times 10^5\ Pa$ y $\gamma = 1{,}4$. El siguiente gráfico muestra el primer cero (x_1) de la ecuación $J_0(x) = -\alpha \frac{J_2(x)}{x^2}$ en función de α



Ejercicio 3.

(a) A partir de la ecuación de Euler linealizada:

$$\rho_{eq}\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla P'$$

mostrar que es posible definir el potencial de velocidades ϕ de manera tal que $\vec{u} = \nabla\phi$.

(b) Hallar una relación entre ϕ y P'.

(c) Para una onda armónica plana, mostrar que la relación entre ϕ y P' toma la forma:

$$\phi = \frac{iP'}{\omega\rho_{eq}}$$

si se cumple

$$k \gg \frac{1}{\rho_{eq}}\nabla\rho_{eq}$$

Interpretar físicamente este requisito.