

# **Astronomía Fundamental 2020**

o Astronomía en tiempos del Coronavirus

---

Clase 1: Programa y Evaluación del Curso - Elementos de Trigonometría  
Esférica

23/03/2020

Licenciatura en Astronomía - Fac. de Ciencias, UdelaR

3° Semestre - 2020

**Teórico:** Cecilia Mateu

**Práctico:** Bruno Domínguez

# Circunstancias Especiales: Modalidad Remota

---

- Dictaremos las clases de forma remota mientras duren las circunstancias especiales que vivimos debido a la crisis del Corona Virus 19
- Esta modalidad completamente remota es experimental, es probable que hagamos cambios en cómo damos las clases remotas y según progrese el cursos, así como en las evaluaciones. Por el momento la idea es:
  - Dar las clases teóricas y prácticas en vivo (Teo: lunes 10:30-12, miércoles 10-12; práctico viernes 10-12)
  - Manejar consultas vía foro de EVA y posibles videoconferencias adicionales

# Circunstancias Especiales: Modalidad Remota

---

- Daremos las clases **en vivo** porque es un curso pequeño y queremos maximizar la interacción entre nosotros
- Queremos que ***participen!***
- Anticipamos que siempre que mantengamos un mínimo de orden podremos mantener ***clases interactivas***
- Iremos tanteando cómo adaptar el formato de las clases para que sean lo más participativas posible

# Evaluación

---

- **3 parciales** (100 c/u) + **examen final (fechas estimadas en EVA)**
- Puede que hagamos actividades adicionales como: tareas, quices (exámenes cortos)
- Los detalles sobre la evaluación los concretaremos para después de Semana de Turismo (12/04)
- **Nota:**
  - Ganancia (ver detalles en EVA)

# Bibliografía

---

- **Spherical Astronomy, Robin Green**
- Complementaria:
  - Elementos de Astronomía de Posición, Portilla
  - Fundamental Astronomy, Karttunen
  - Textbook on Spherical Astronomy, Smart
  - Notas y videos de Astronomía Fundamental 2018 (Gallardo)
- Les enviaremos por el foro el enlace a un directorio con todos estos libros

# Astronomía Fundamental - Programa

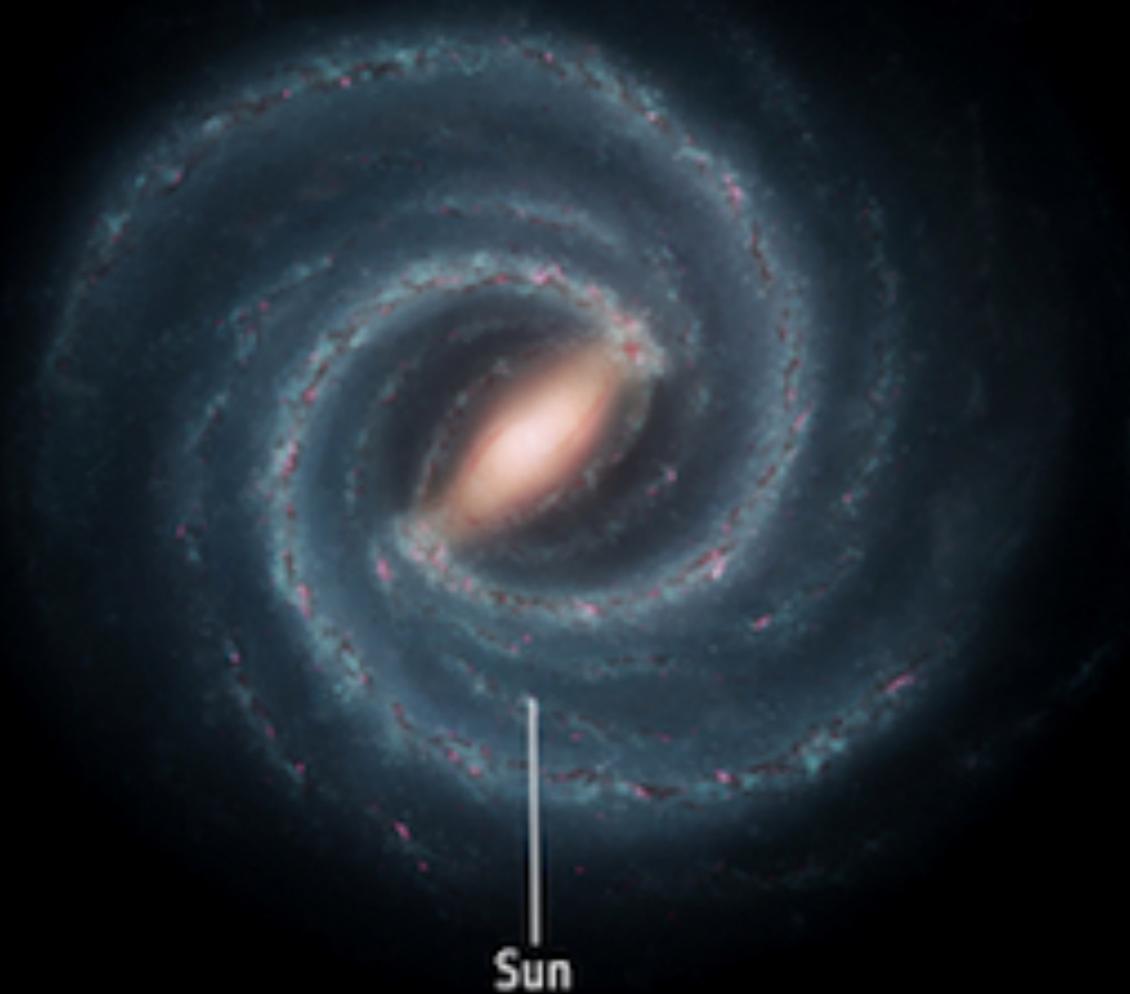
---

- Trigonometría Esférica
- Sistemas de referencia astronómicos y transformaciones
- Paralaje y Aberración
- Movimiento Propio
- Precesión y Nutación
- Medición y definiciones de Tiempo
- Movimiento y configuraciones planetarias
- Ocultaciones y eclipses





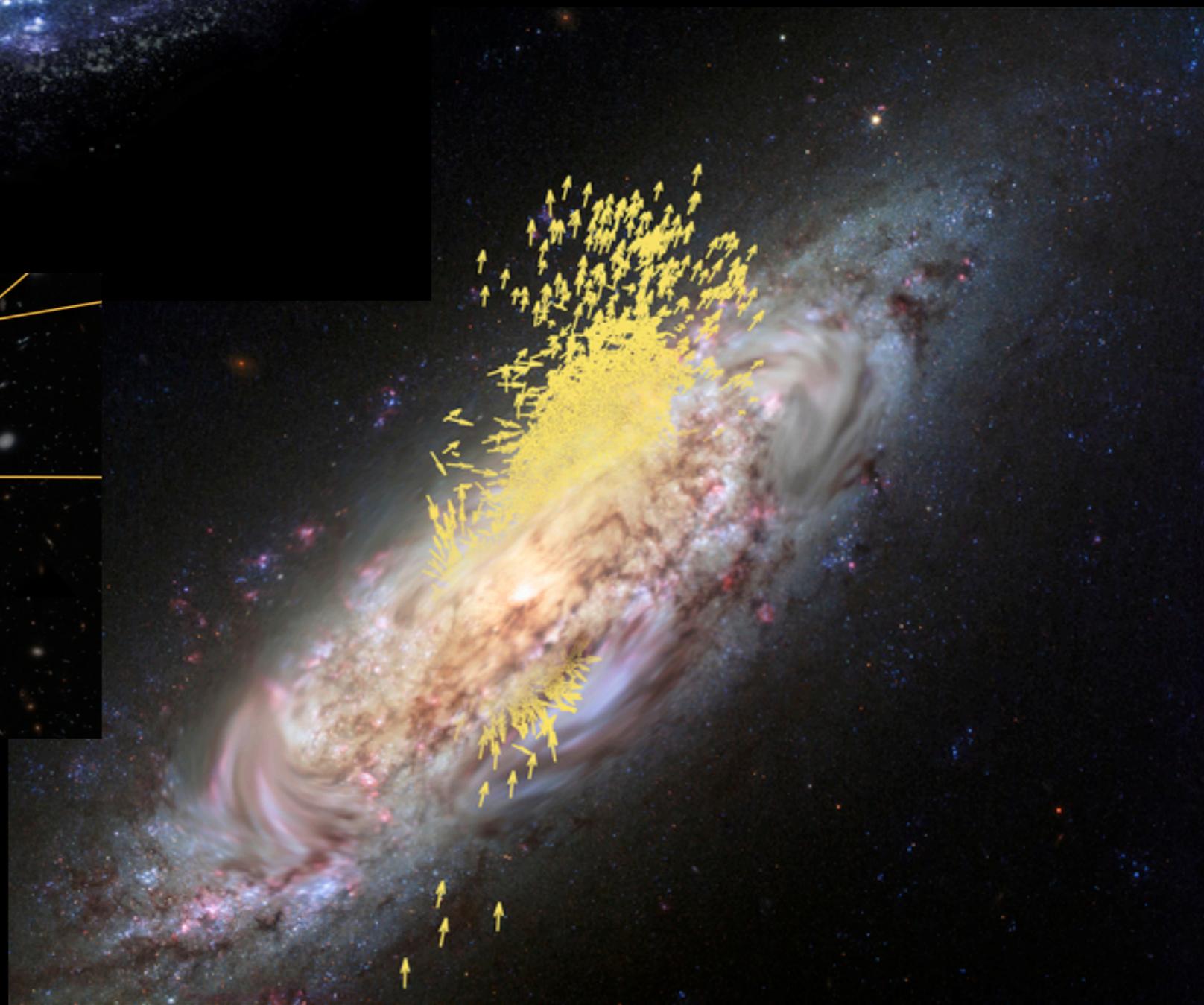
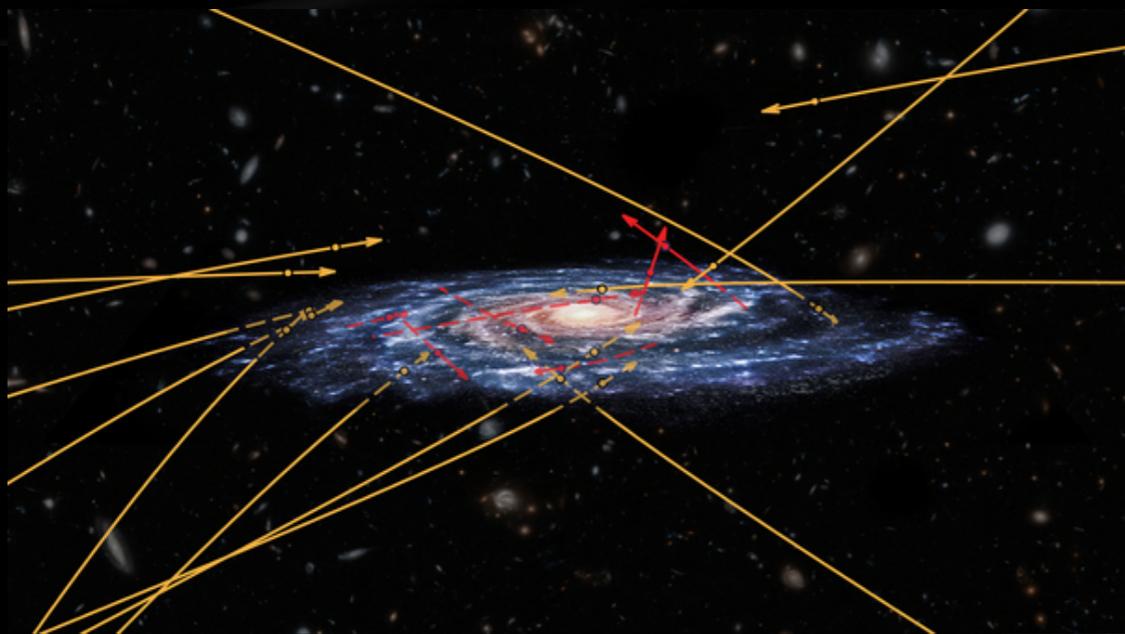
## → ANATOMY OF THE MILKY WAY



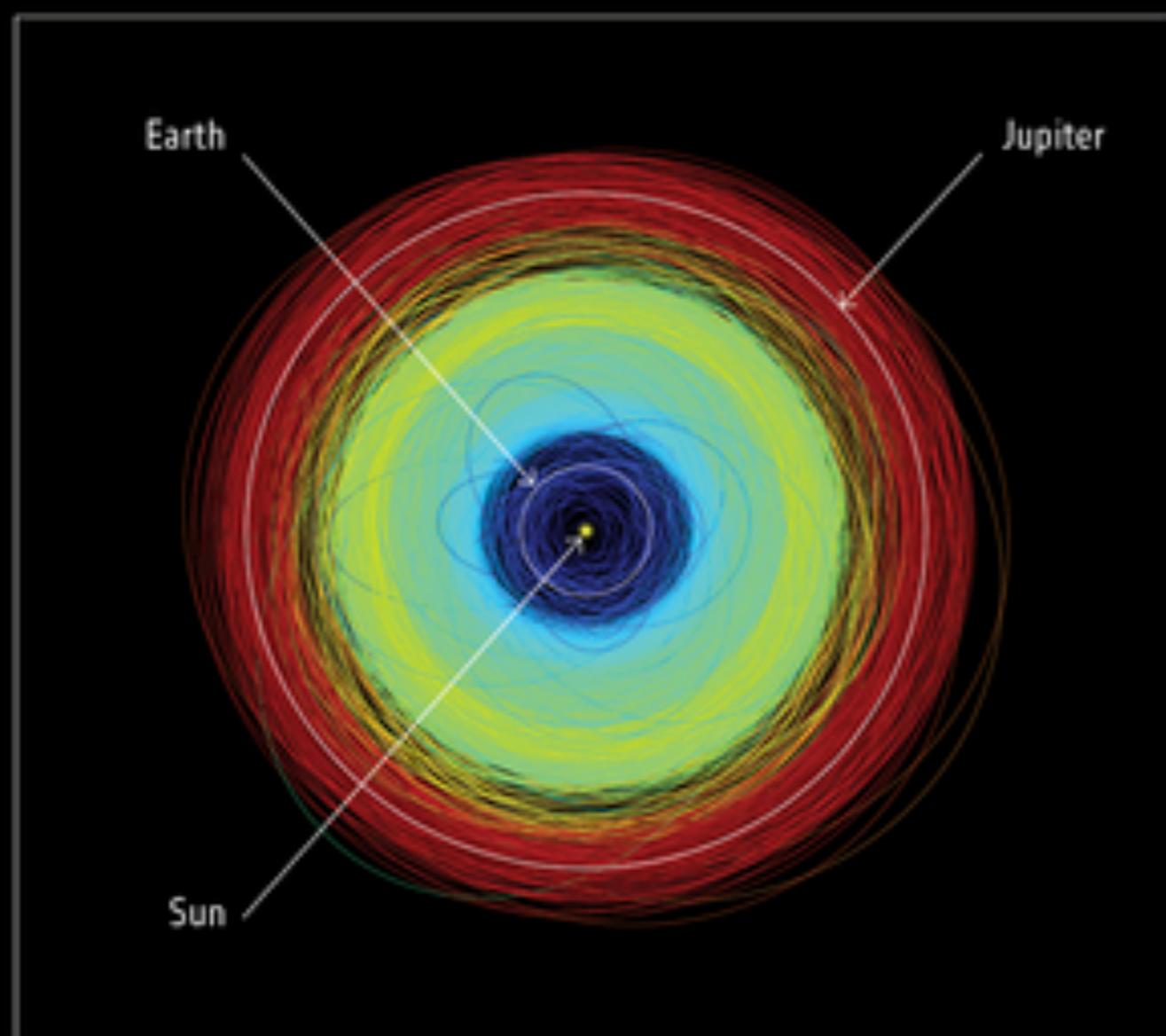
www.esa.int



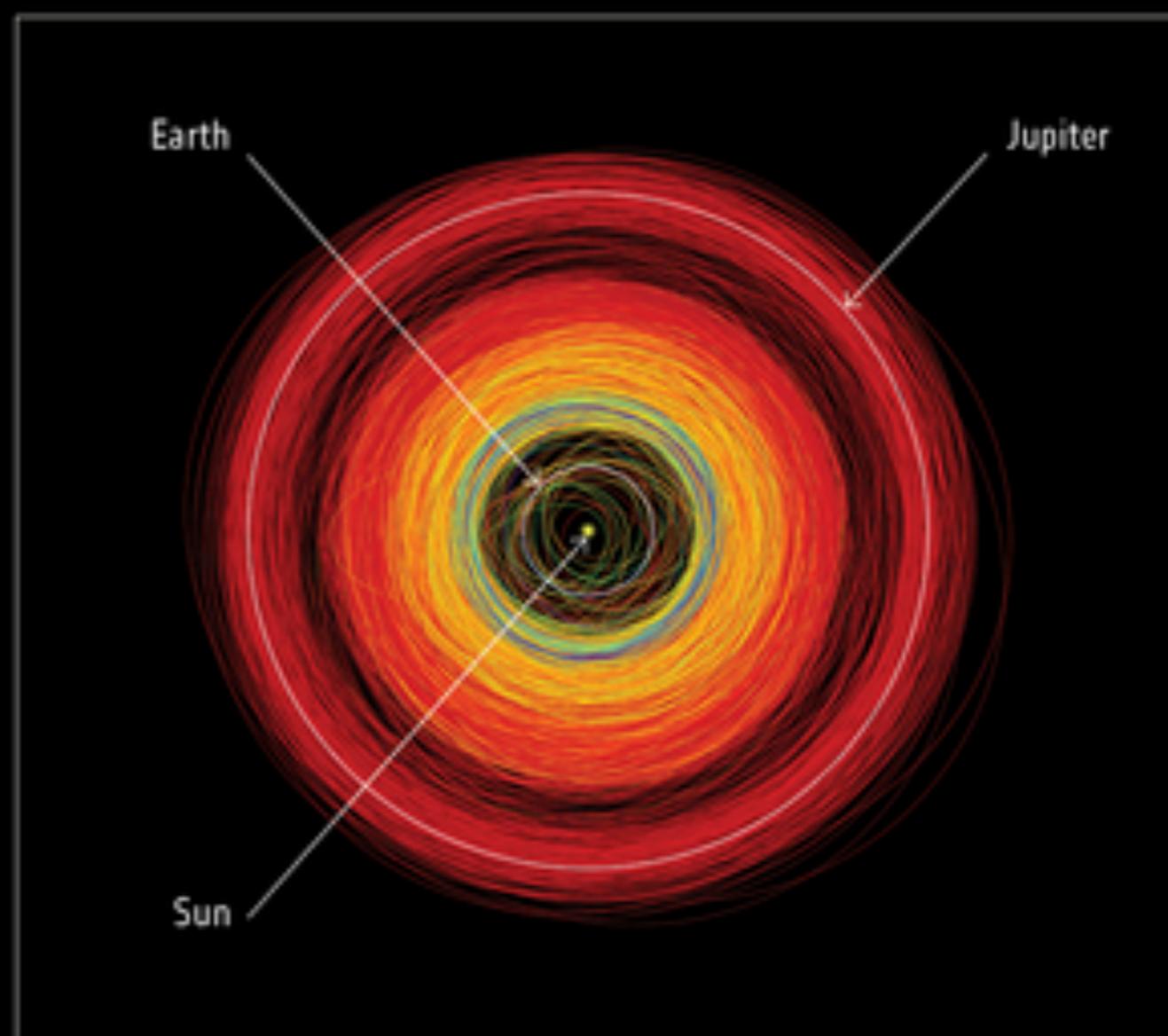
European Space Agency



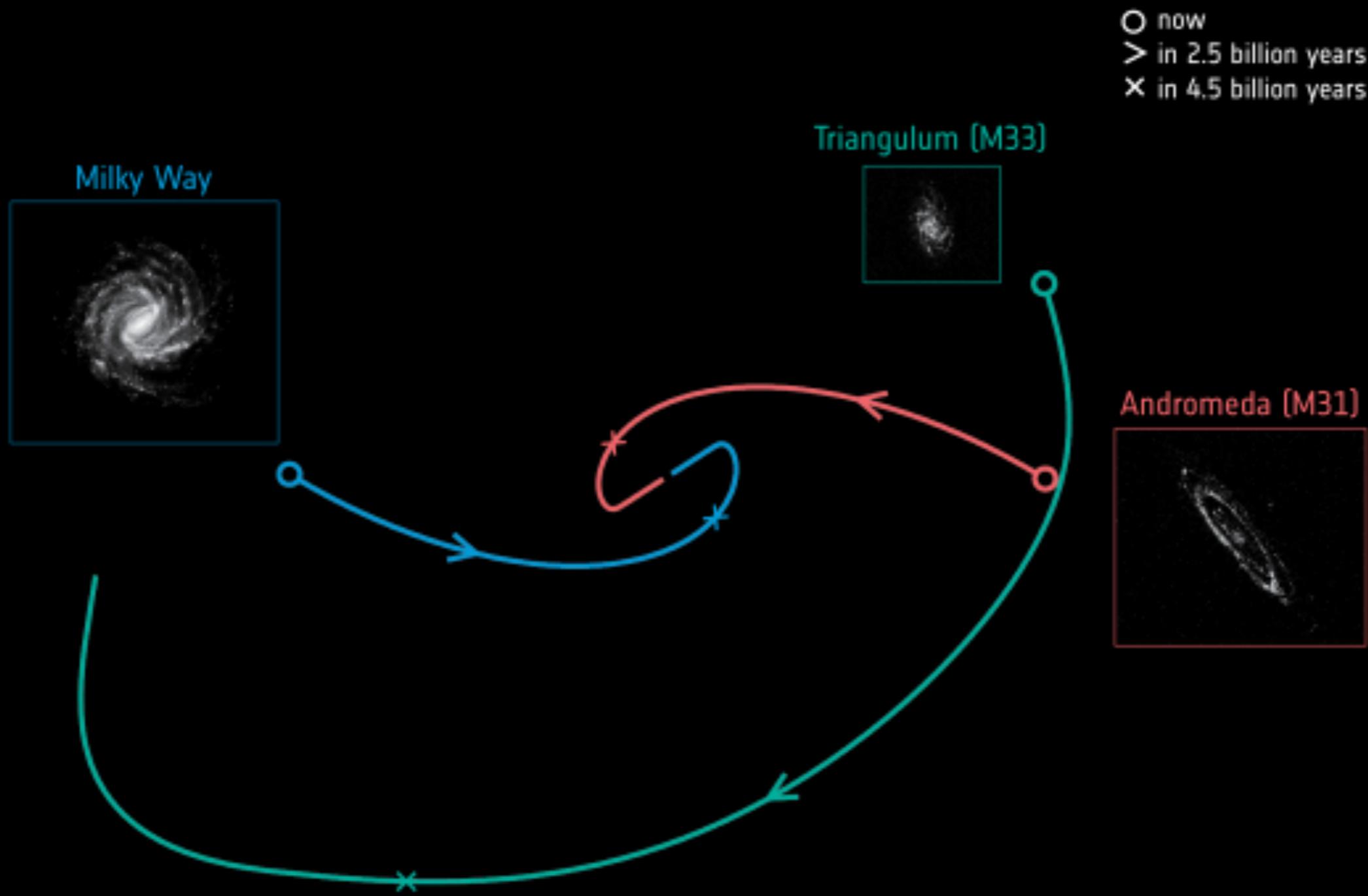
## → GAIA'S FIRST SURVEY OF ASTEROIDS



Colour indicates each asteroid's distance from the Sun  
 Blue/violet: Near-Earth asteroids; Yellow/green: Main belt asteroids;  
 Red/orange: Jupiter Trojan asteroids



Colour indicates each asteroid's reflective properties, or albedo,  
 where red indicates the darkest asteroids



○ now  
> in 2.5 billion years  
X in 4.5 billion years

Milky Way

Triangulum (M33)

Andromeda (M31)

1 million light years

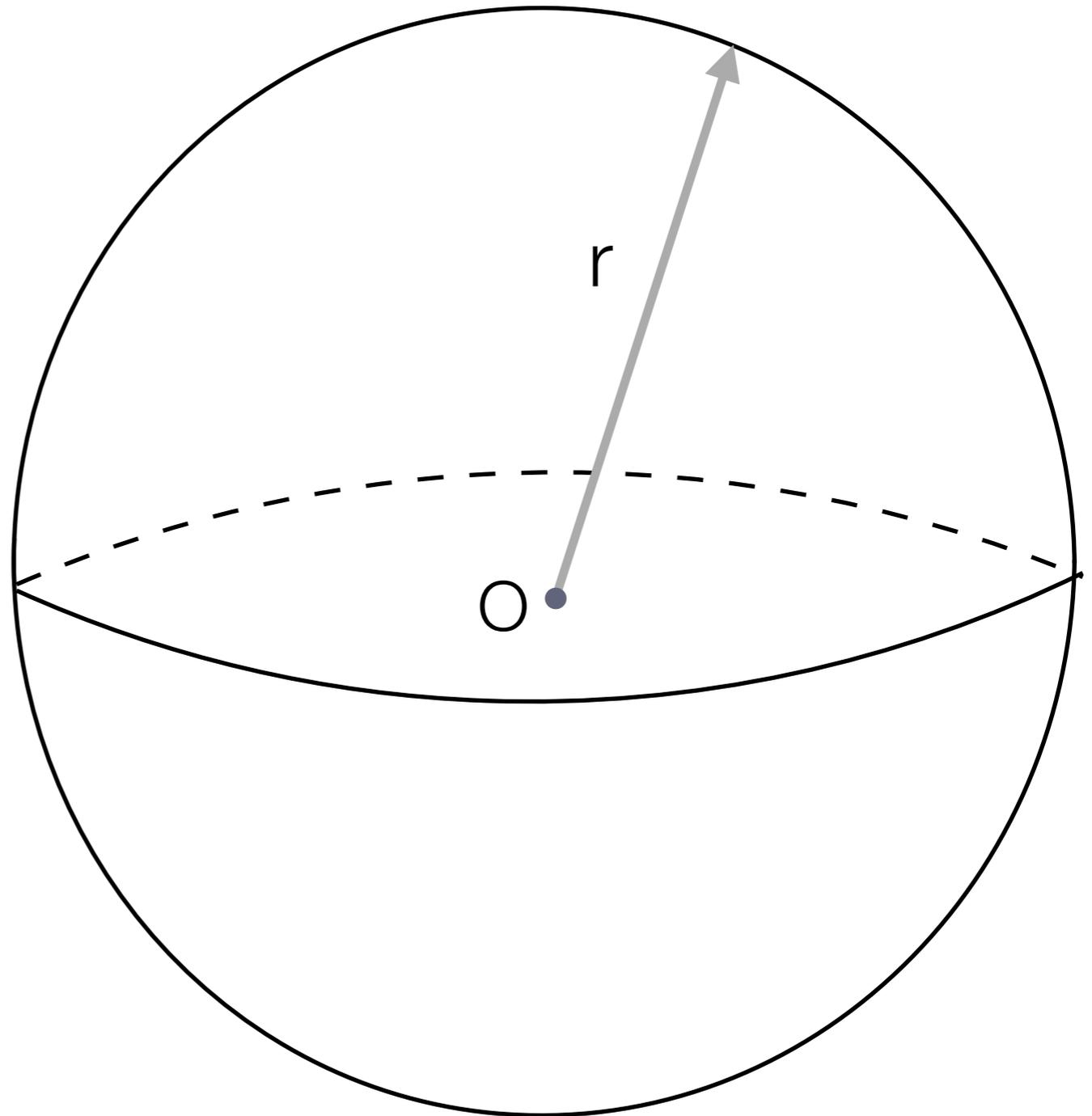
Entremos en materia...

# Elementos de Trigonometría Esférica

# Esfera Celeste

---

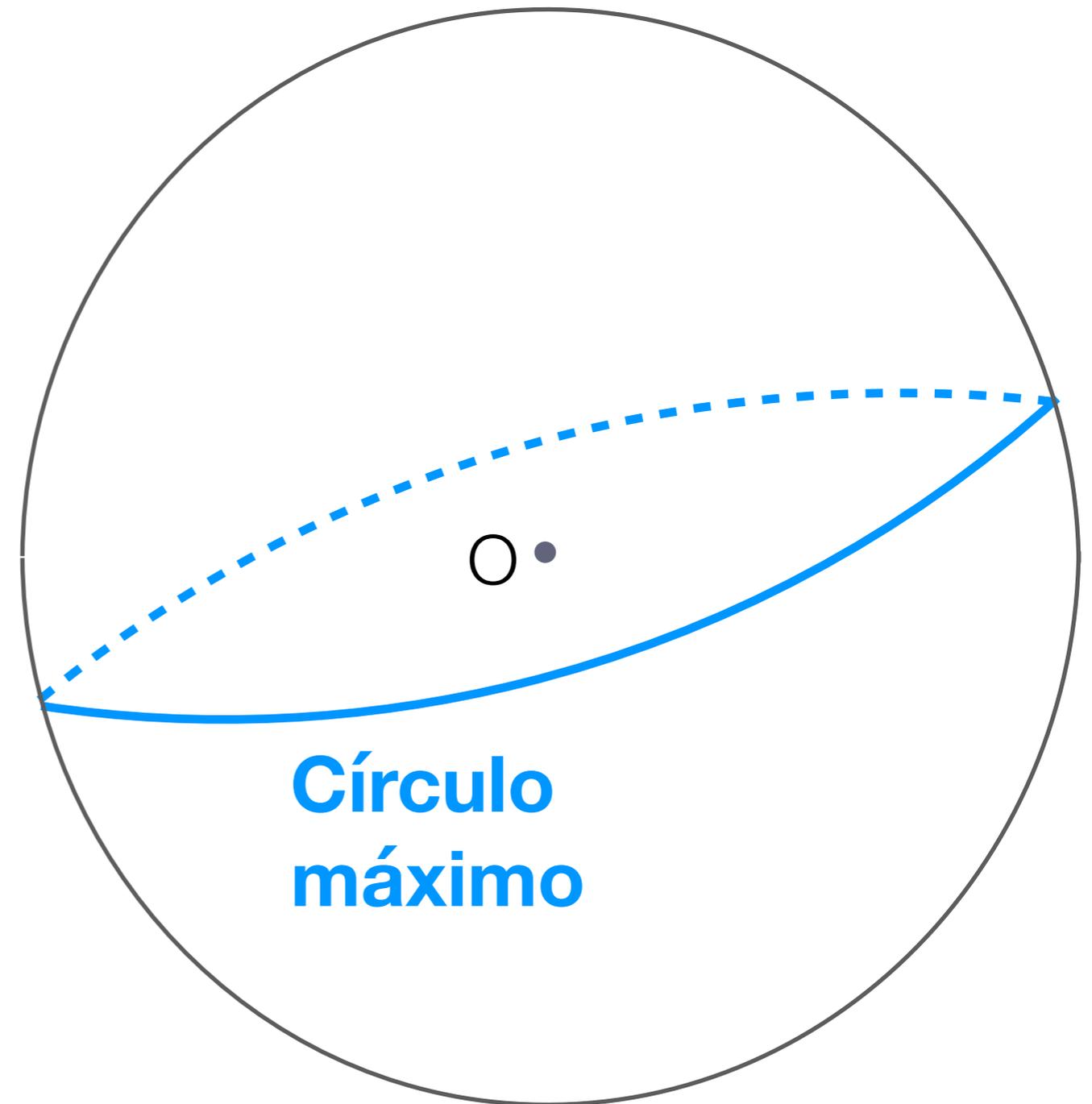
- Describiremos la posición de un objeto en una bóveda (celeste) esférica de radio arbitrario
- En adelante tomaremos este radio como 1, sin pérdida de generalidad

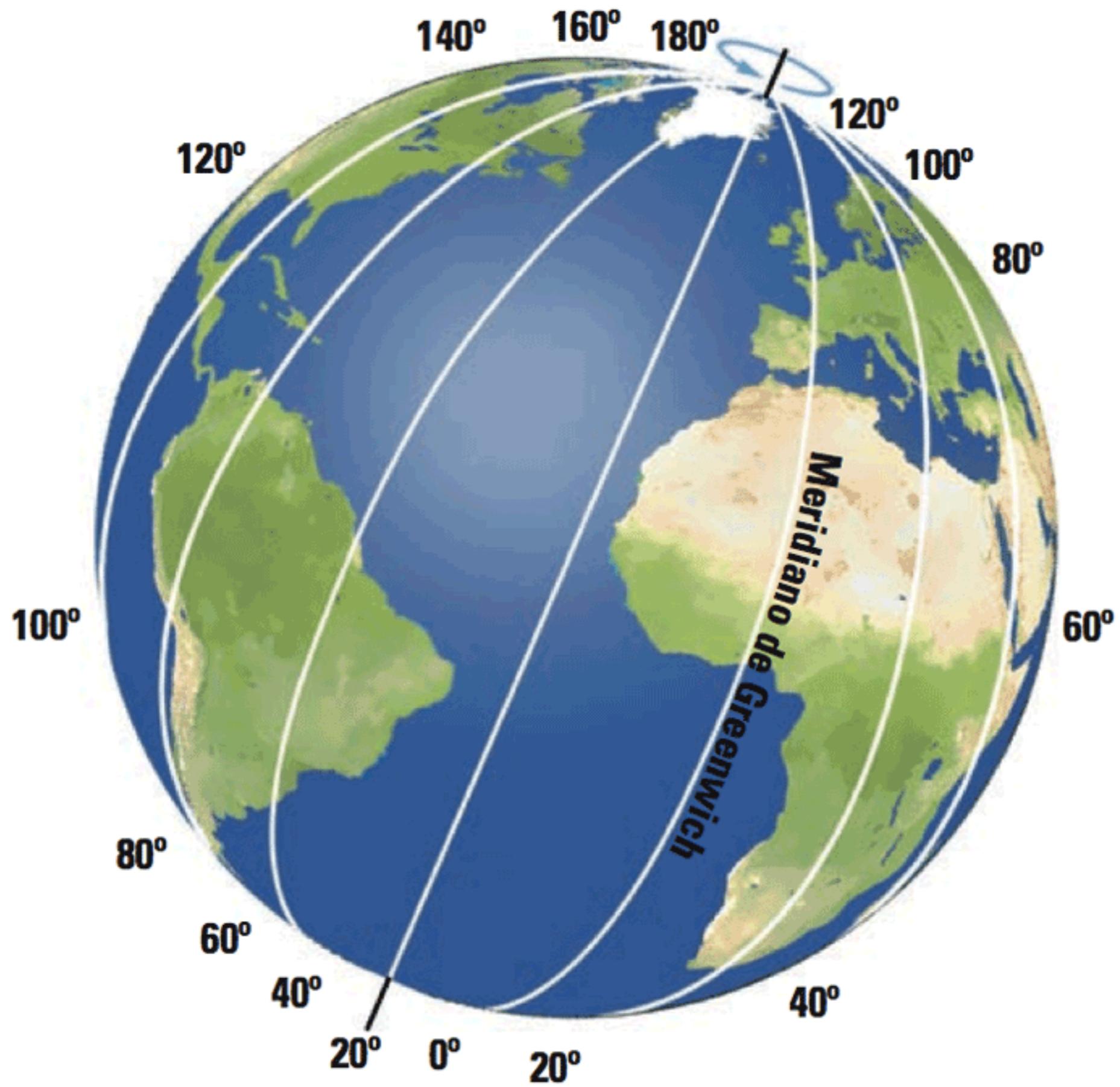


# Círculo Máximo (great circle)

---

- **Círculo máximo:**
  - intersección de un plano que pasa por el origen de la esfera (O) con su superficie
  - ejemplos: ecuador y meridianos terrestres

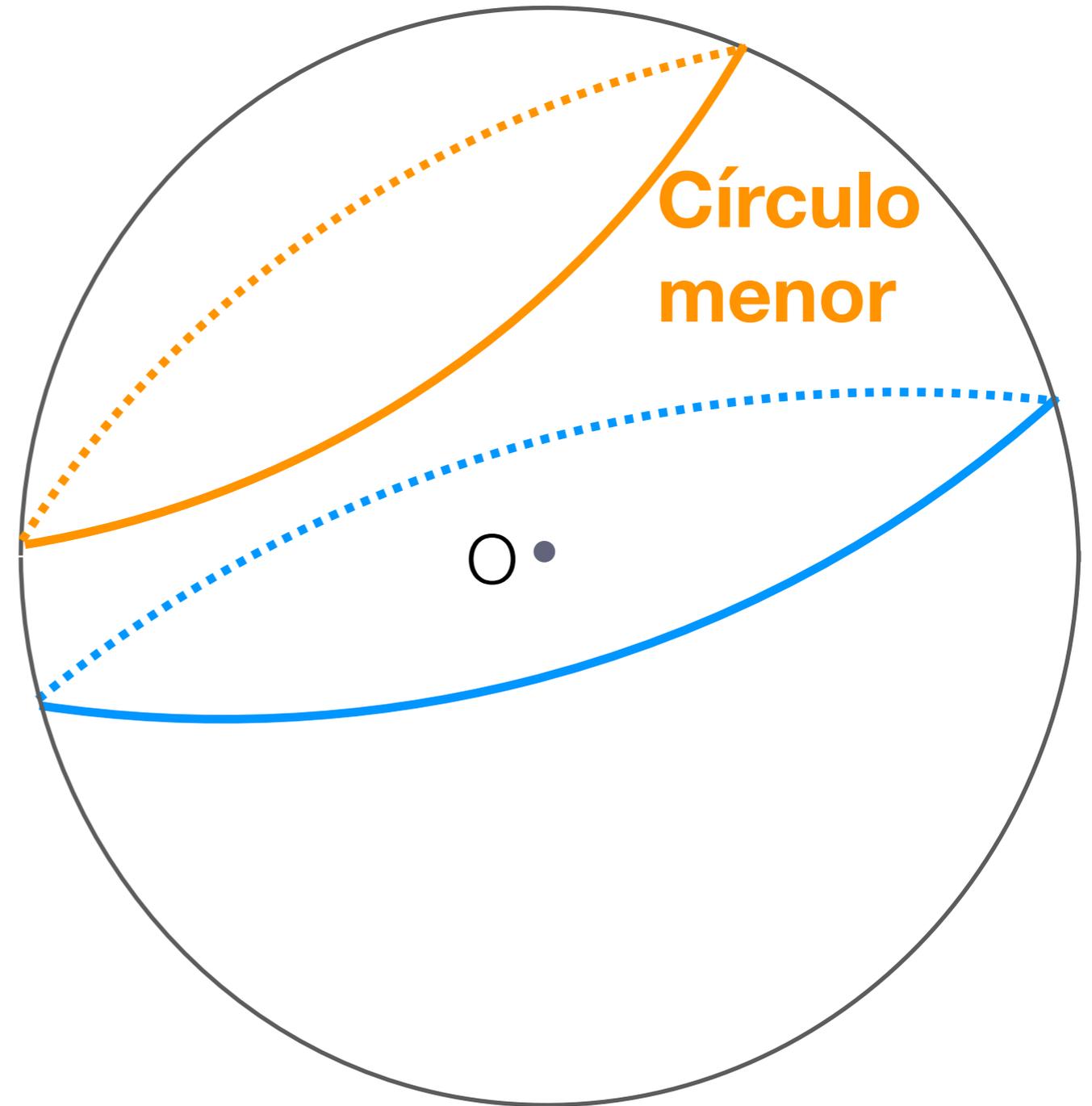


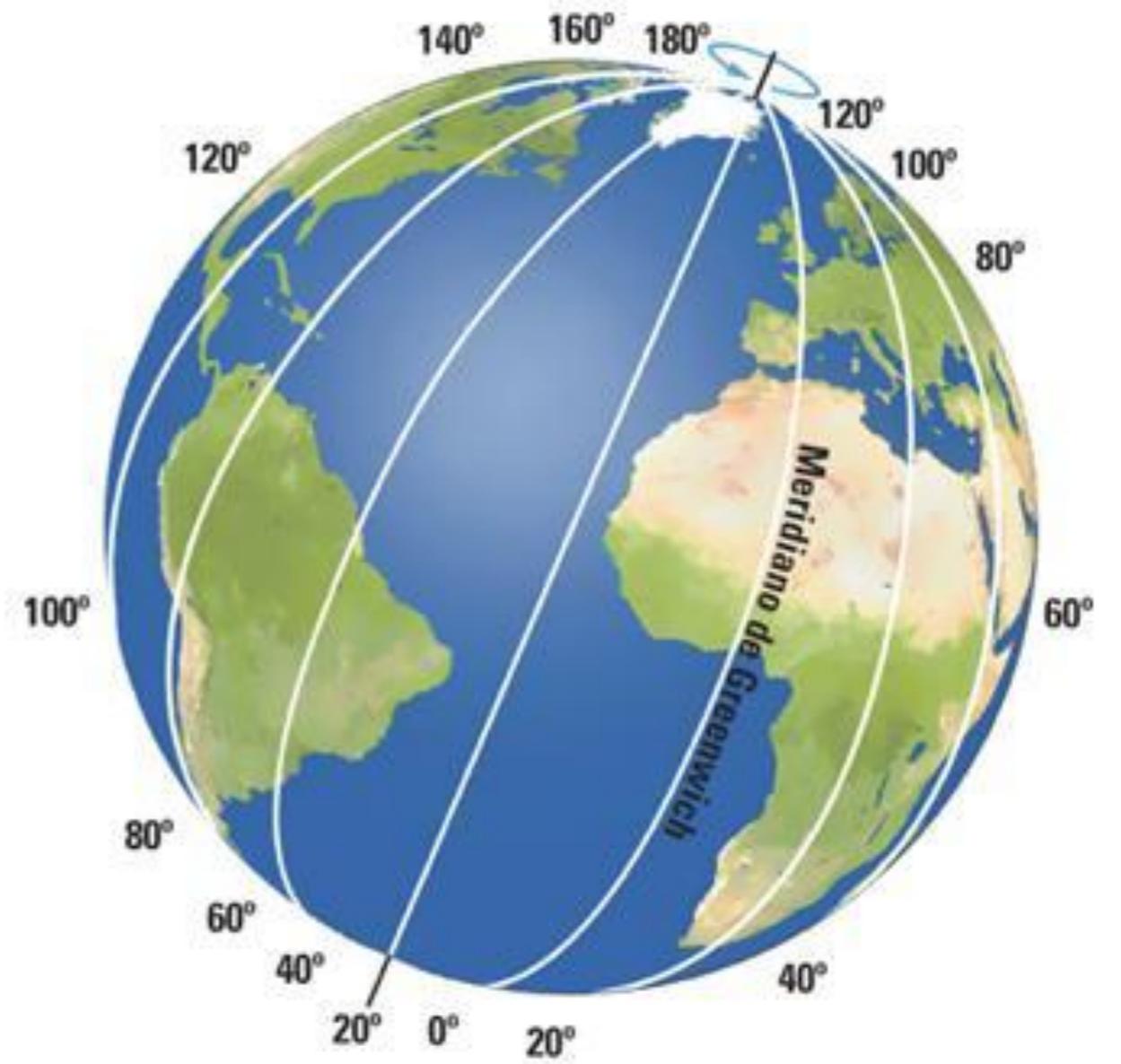
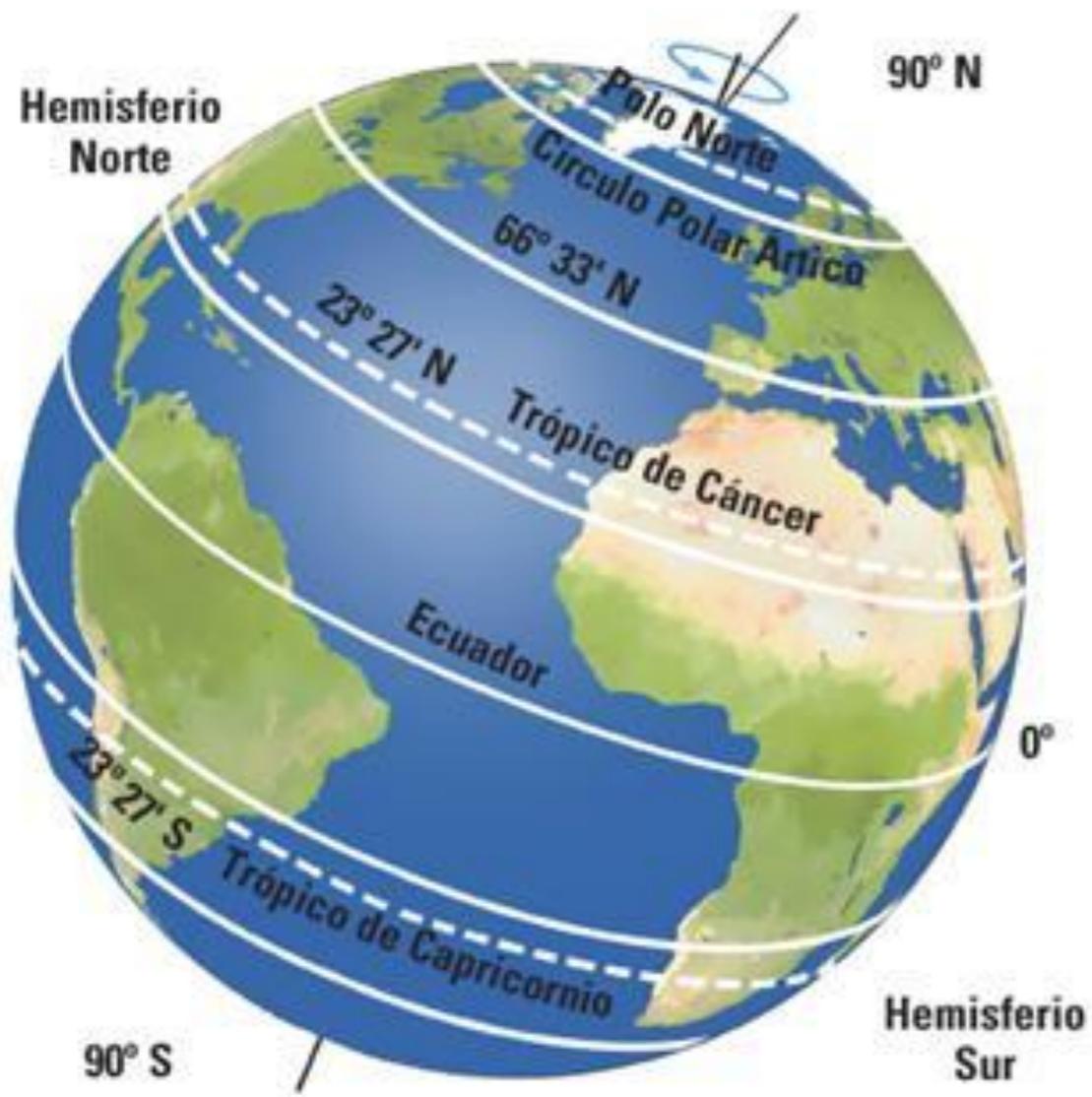


# Círculo Menor (small circle)

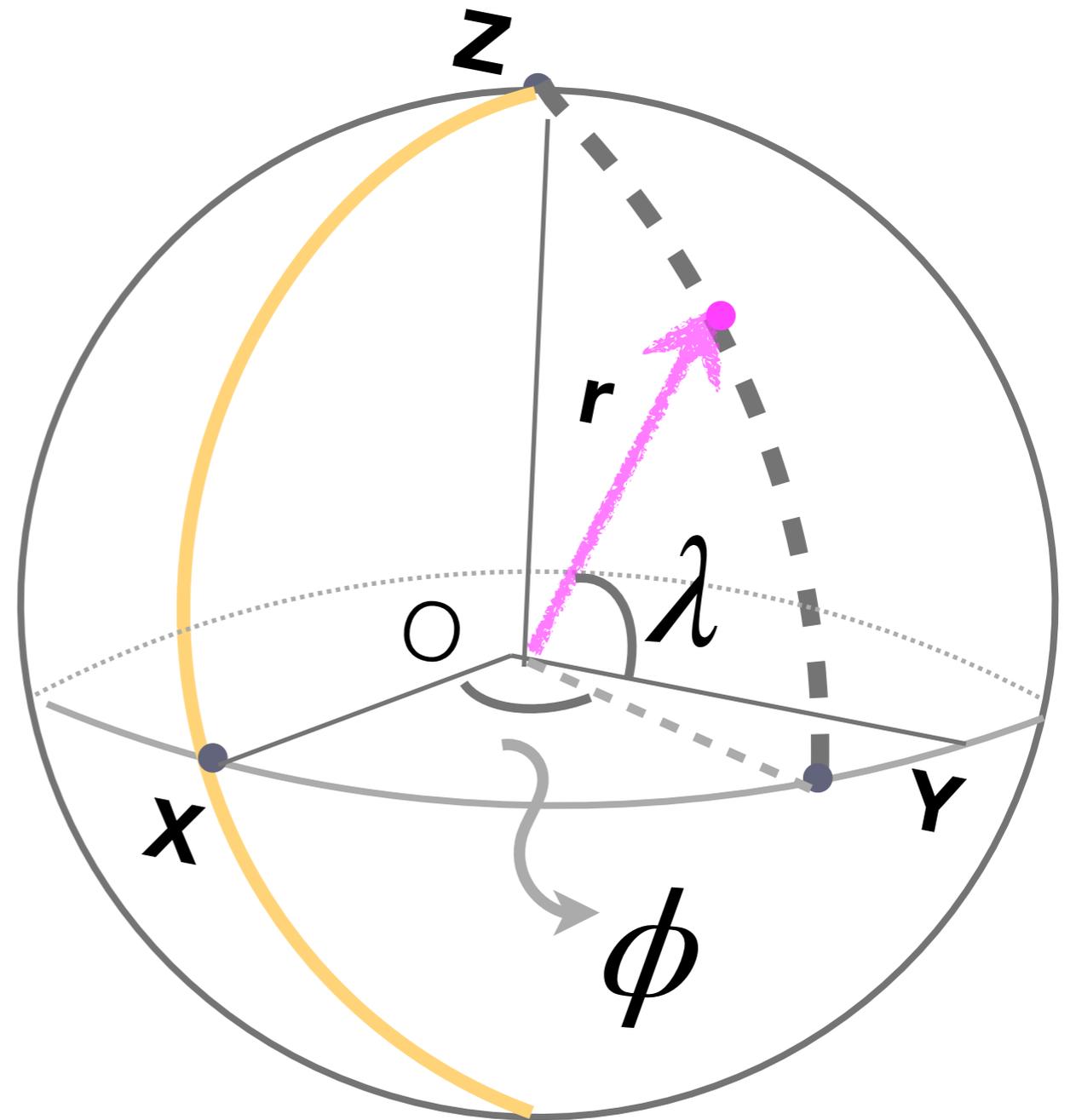
---

- **Círculo menor:**
  - intersección de un plano que **no** pasa por el origen de la esfera (O) con su superficie
  - ejemplos: paralelos terrestres





# Sistemas de Coordenadas Esféricas (o polares)

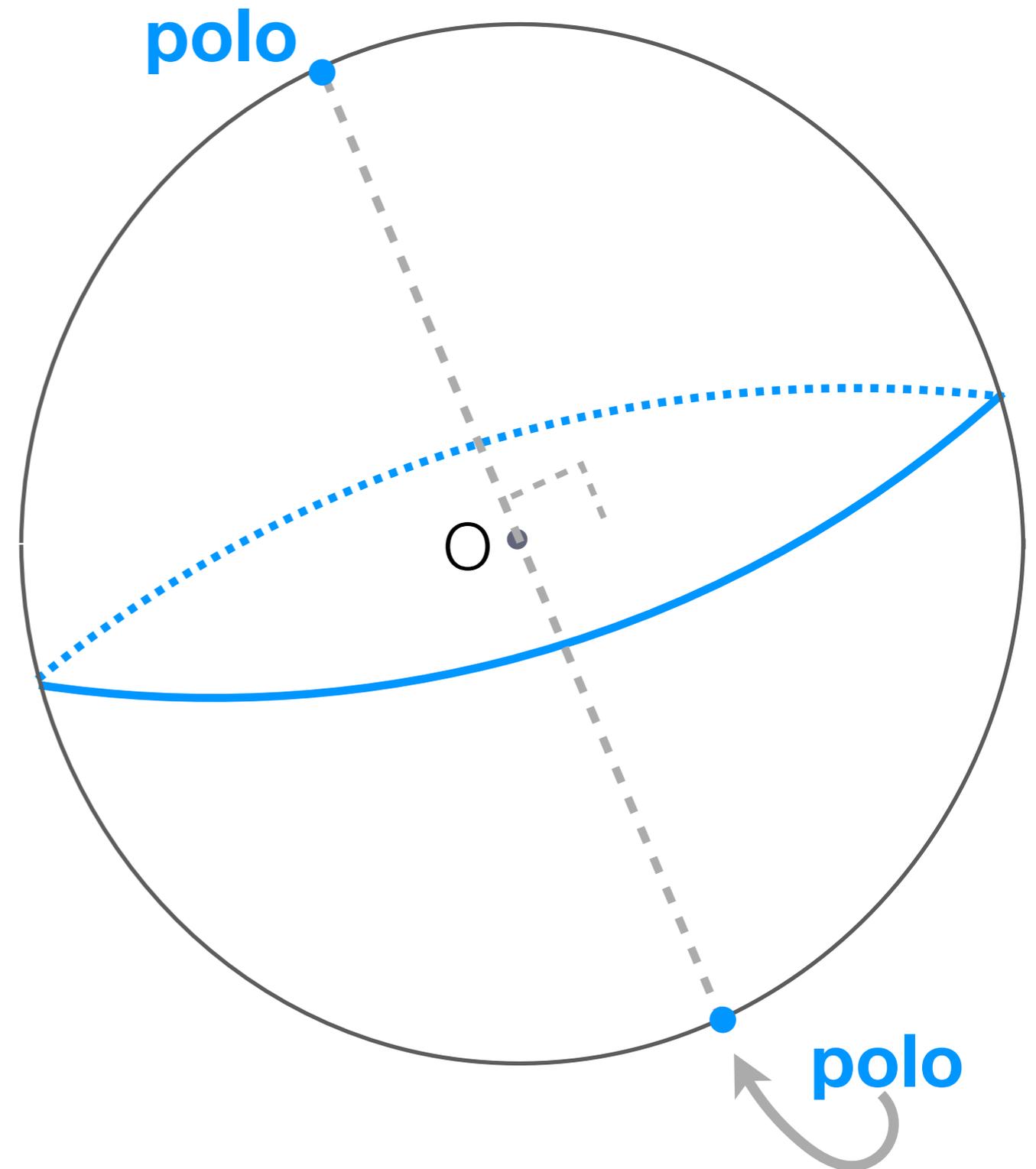


# Polos

---

- **Polos**

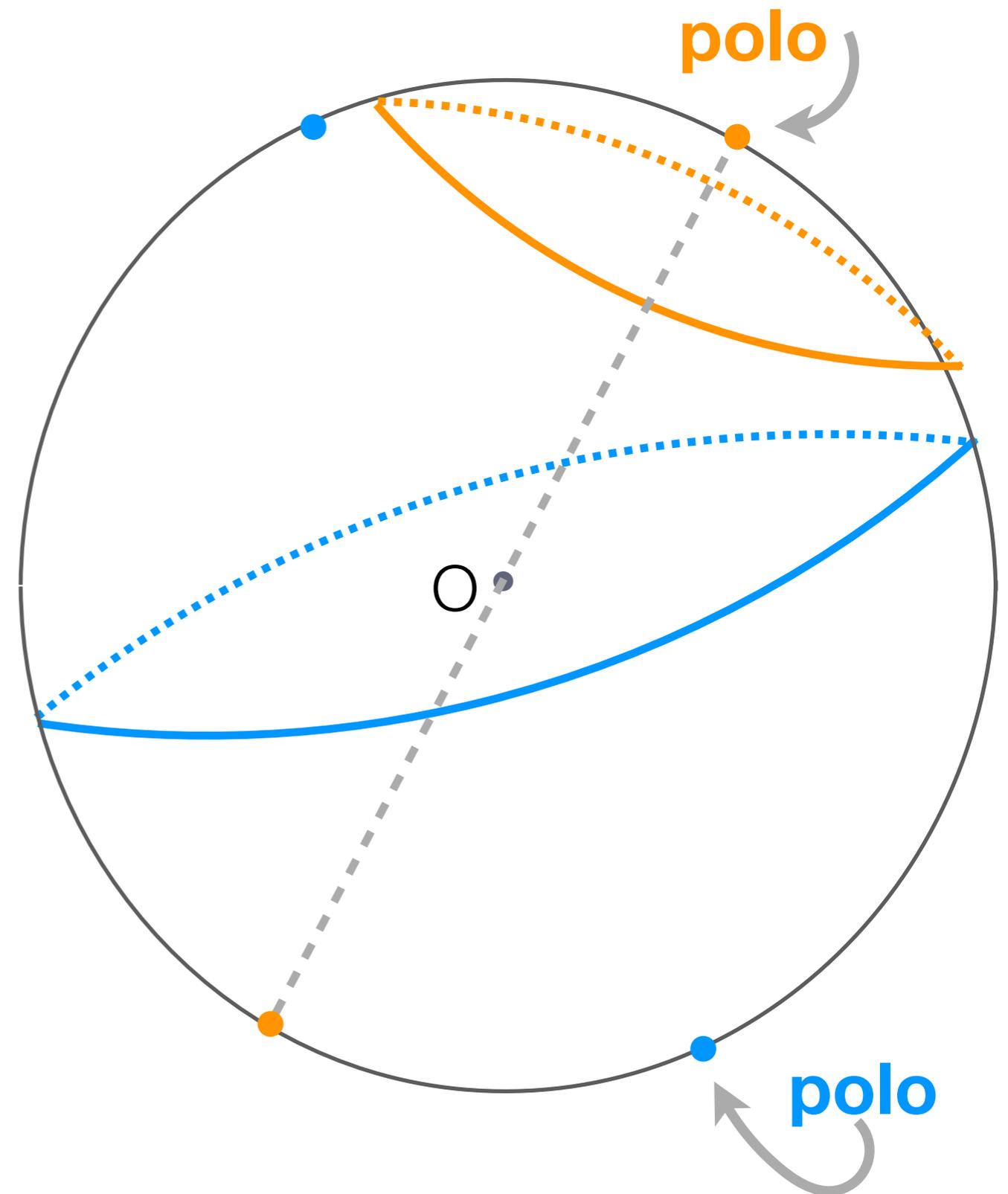
- intersecciones del diámetro de la esfera normal al plano del círculo máximo/menor con la superficie
- $\Leftrightarrow$  intersección del vector normal al plano con la superf. de la esfera



# Polos

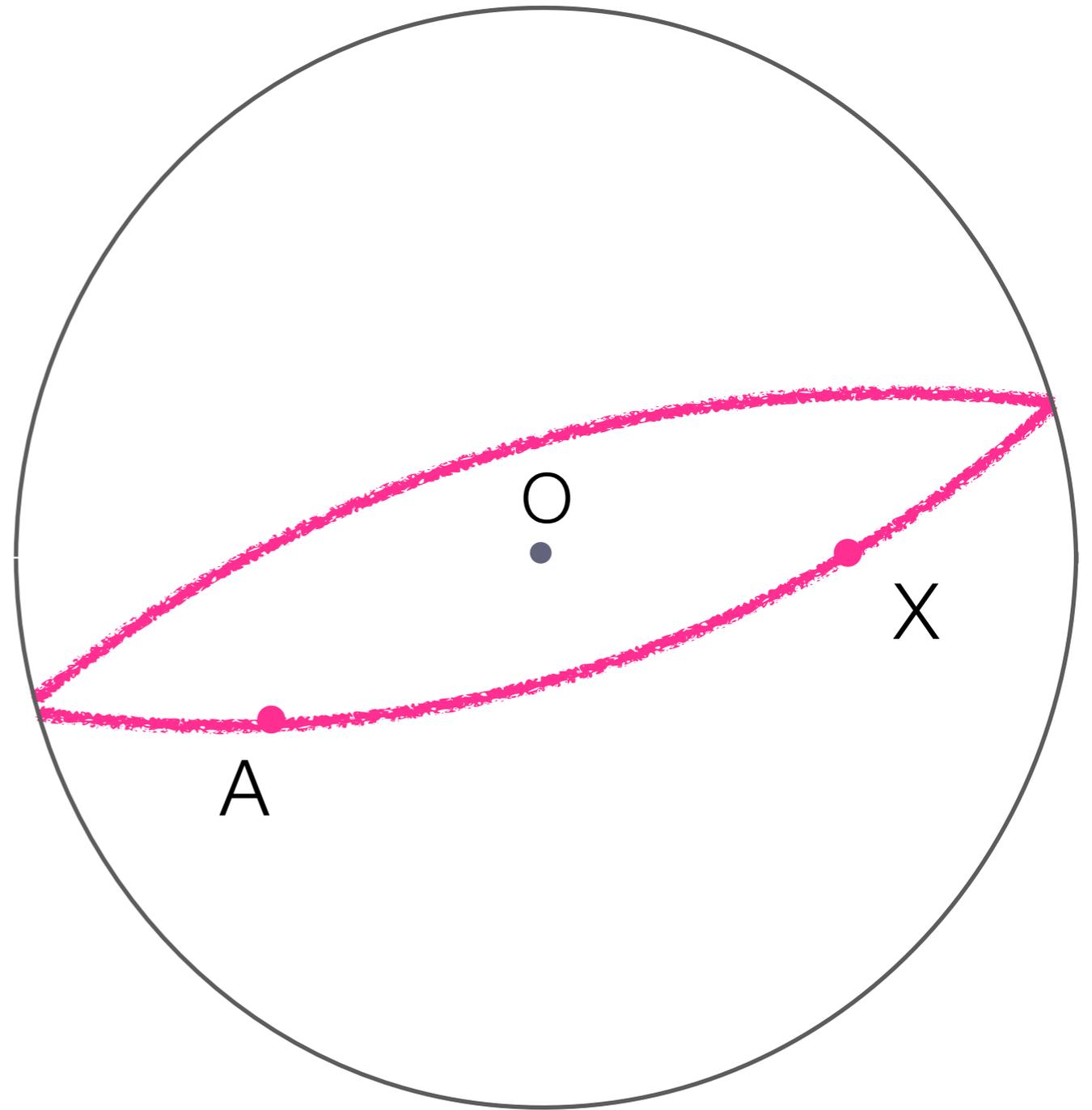
- **Polos**

- intersecciones del diámetro de la esfera normal al plano del círculo máximo/menor con la superficie
- $\Leftrightarrow$  intersección del vector normal al plano con la superf. de la esfera



- Dados dos puntos (A y X) cualesquiera sobre la esfera:

I) Hay **un único círculo máximo** que los conecta

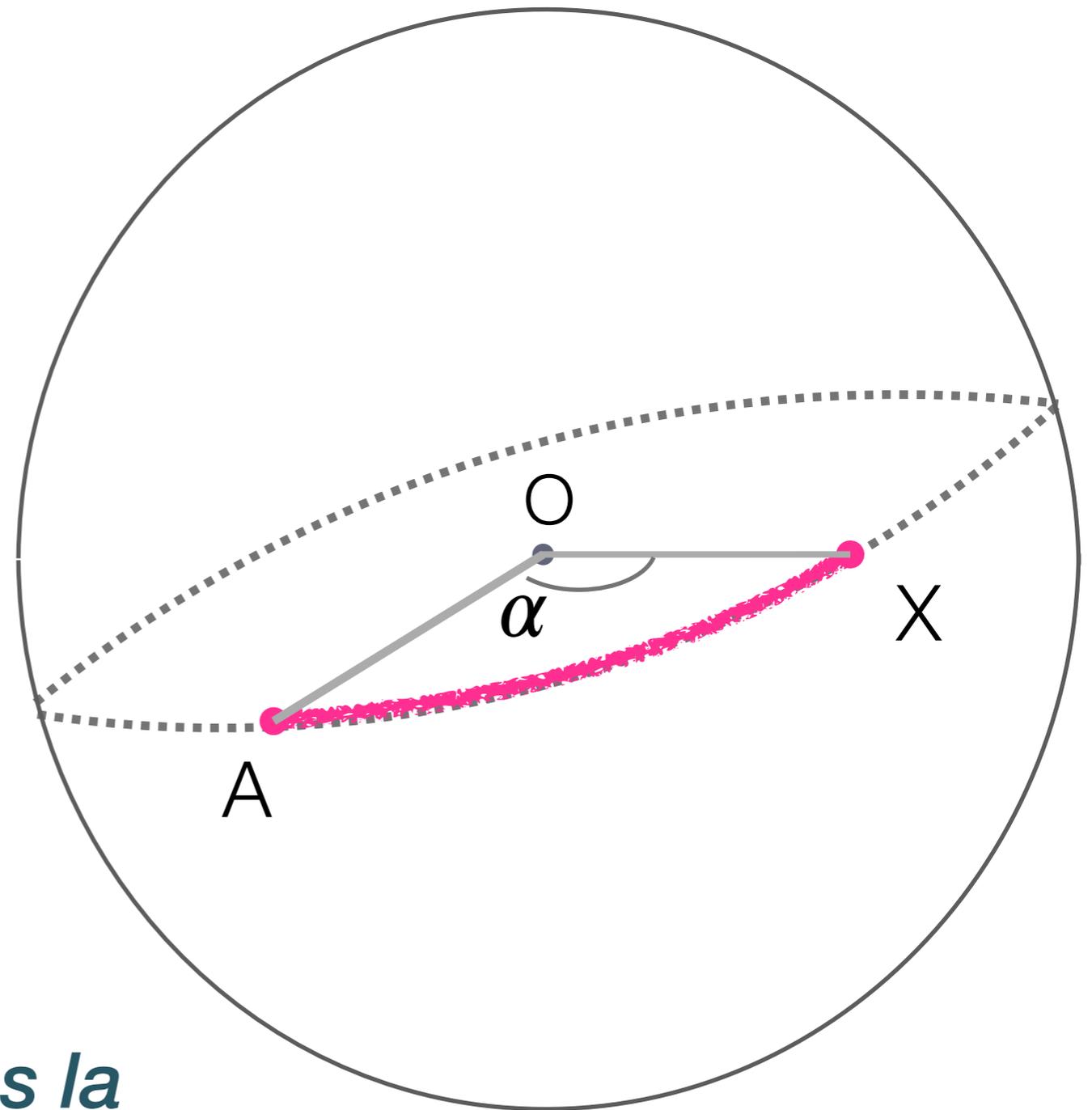


- Dados dos puntos (A y X) cualesquiera sobre la esfera:

I) Hay **un único círculo máximo** que los conecta

II) El arco de círculo **máximo** es la **distancia mínima posible** entre dos puntos

***=> el círculo máximo es la geodésica de la esfera***



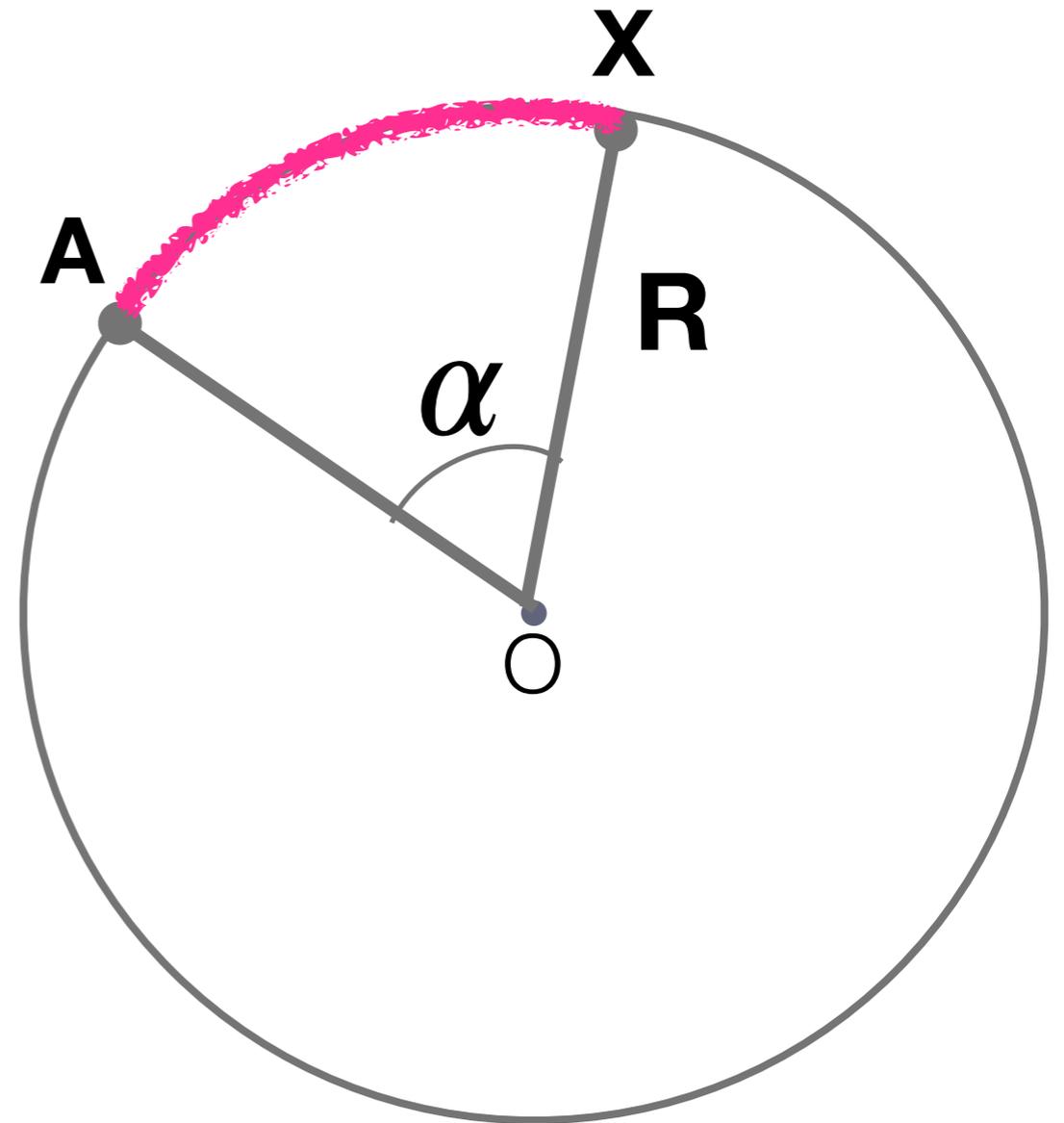
- Longitud del arco **AX**:

$$AX = R\alpha$$

- hemos supuesto  $R=1$

$\Rightarrow$  **arco**  
 $AX = \alpha$

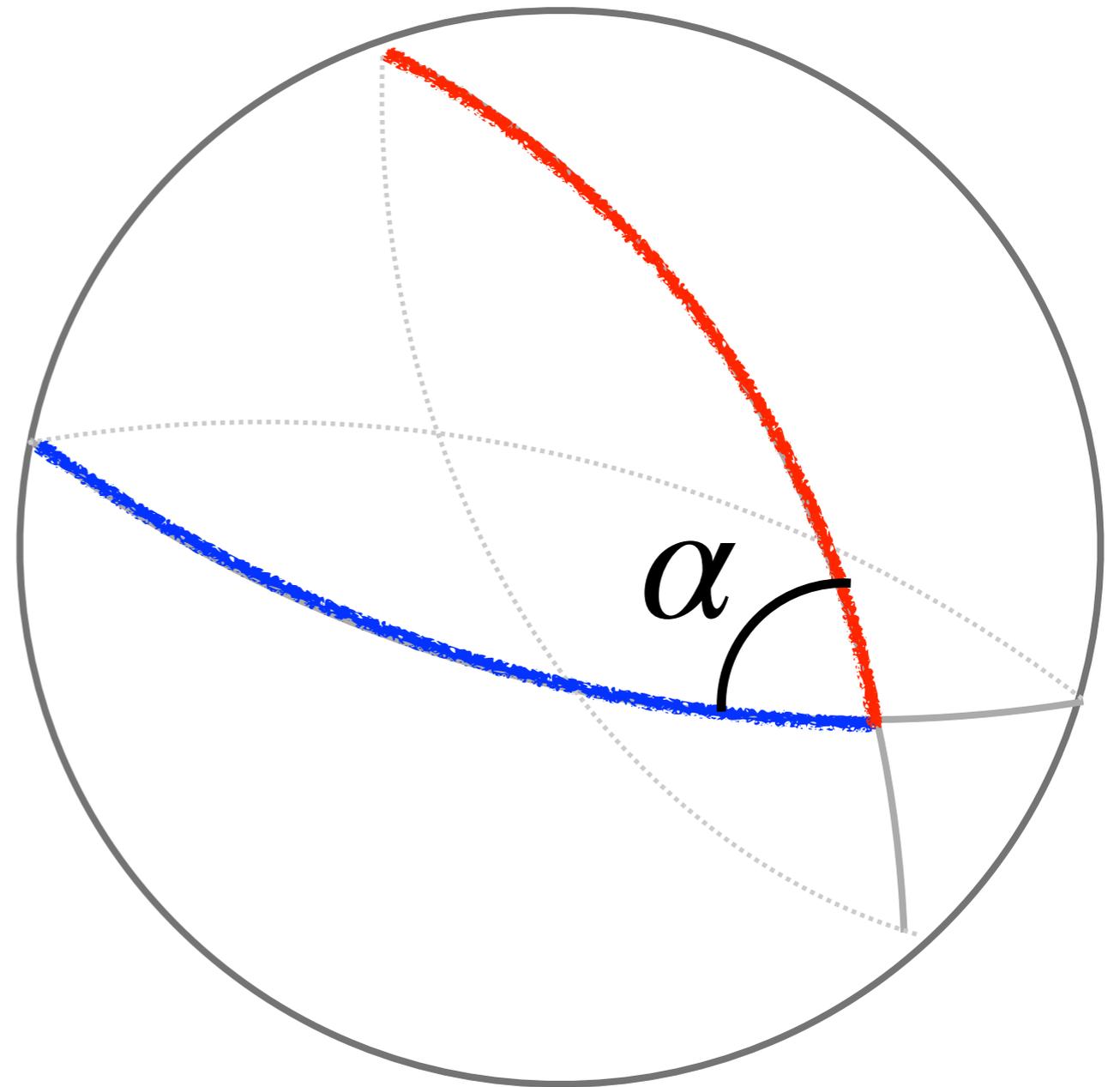
**si y sólo si** AX es un  
arco de círculo máximo



# Ángulo Diedro

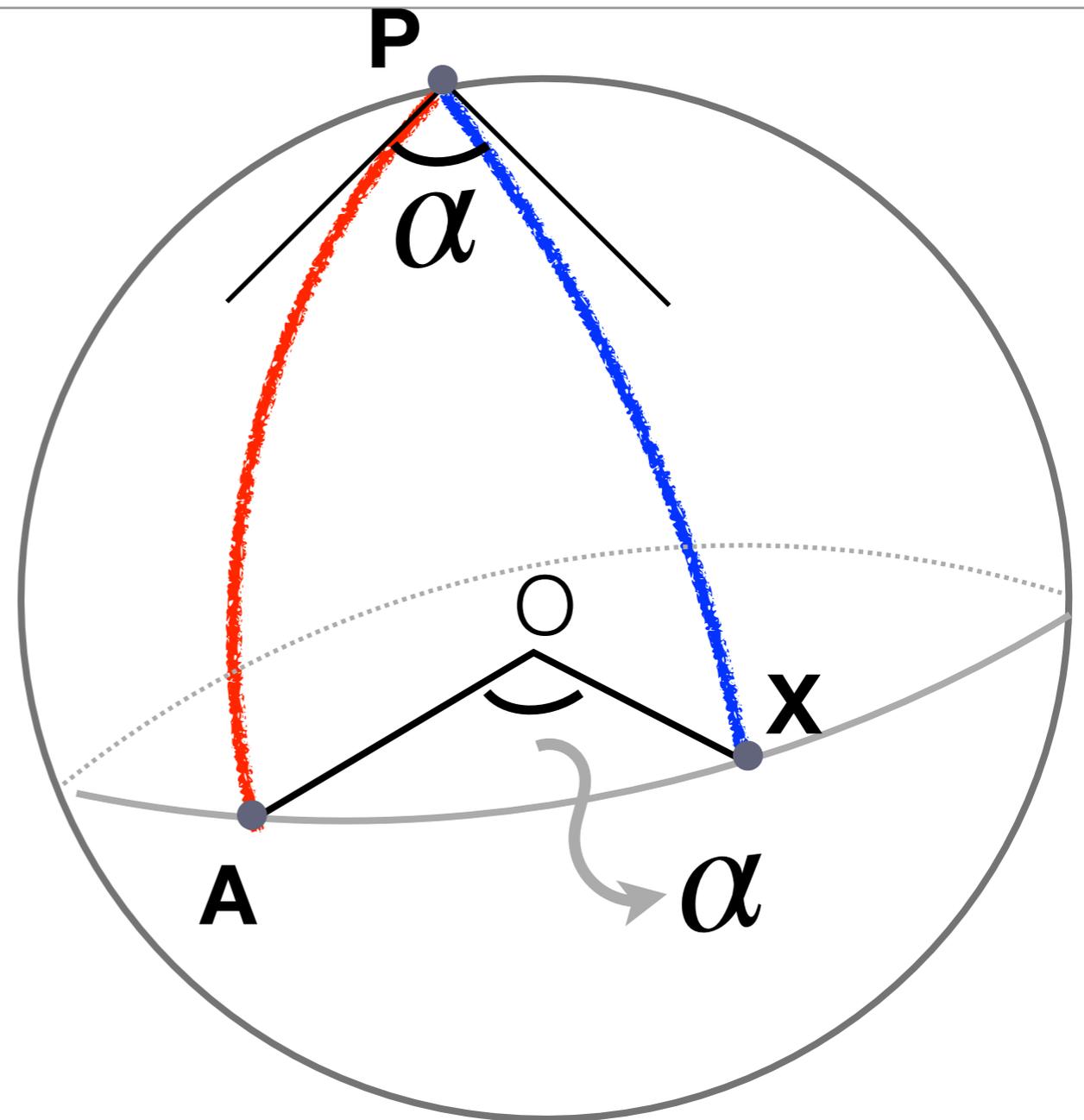
---

- El ángulo  $\alpha$  entre 2 arcos de círculo máximo que se intersectan es igual al ángulo entre los planos correspondientes
- éste se llama **ángulo diedro** o **ángulo esférico**



# Ángulo Diedro

- El ángulo  $\alpha$  entre 2 arcos de círculo máximo que se intersectan es igual al ángulo entre los planos correspondientes
- éste se llama **ángulo diedro** o **ángulo esférico**



EJ:  $\alpha$  es el ángulo diedro entre el círculo máx.  $PA$  y el círculo máximo  $PX$  =plano  $PAO$   
=plano  $PXO$

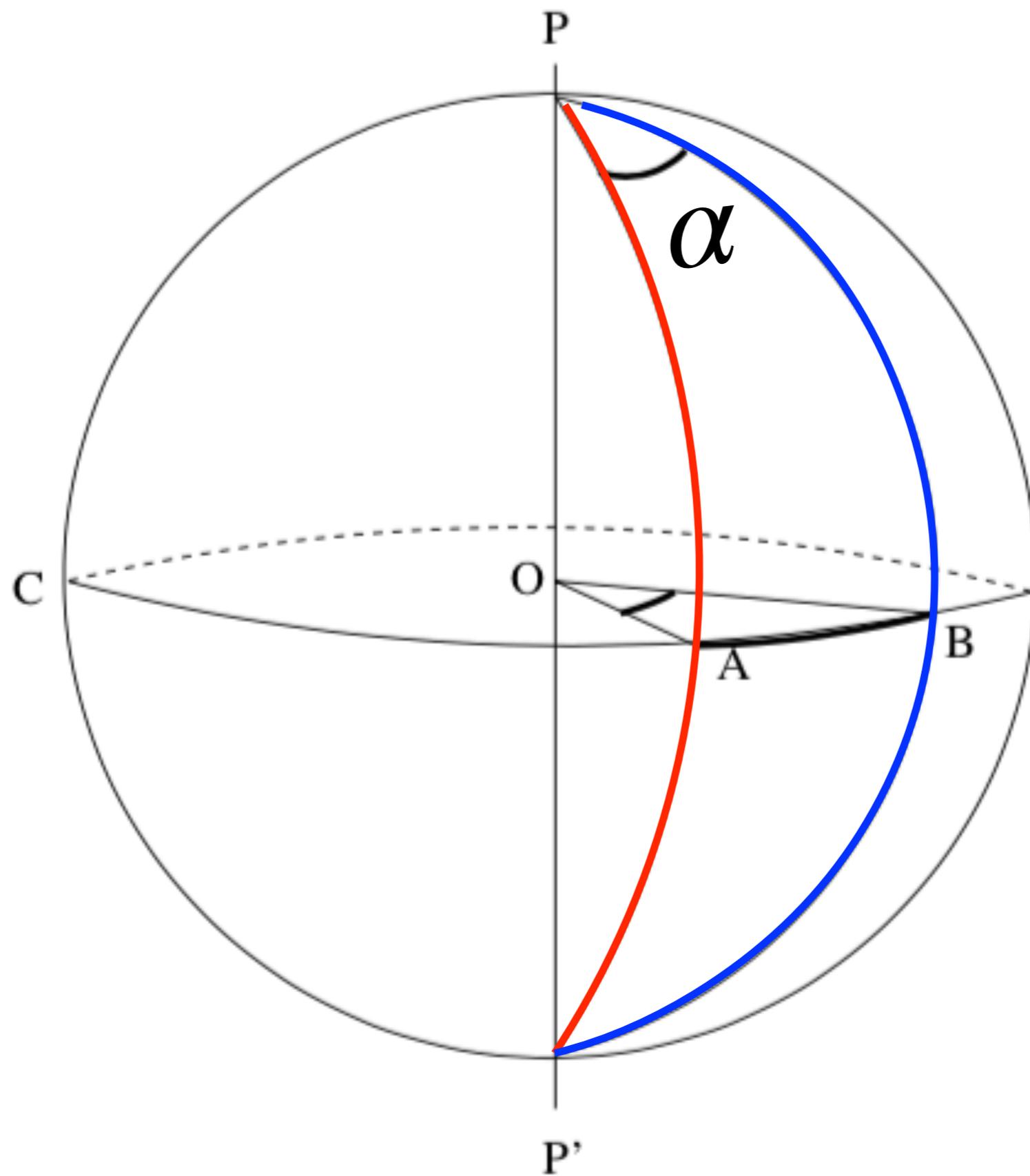


Figura 2.4: Ángulo esférico

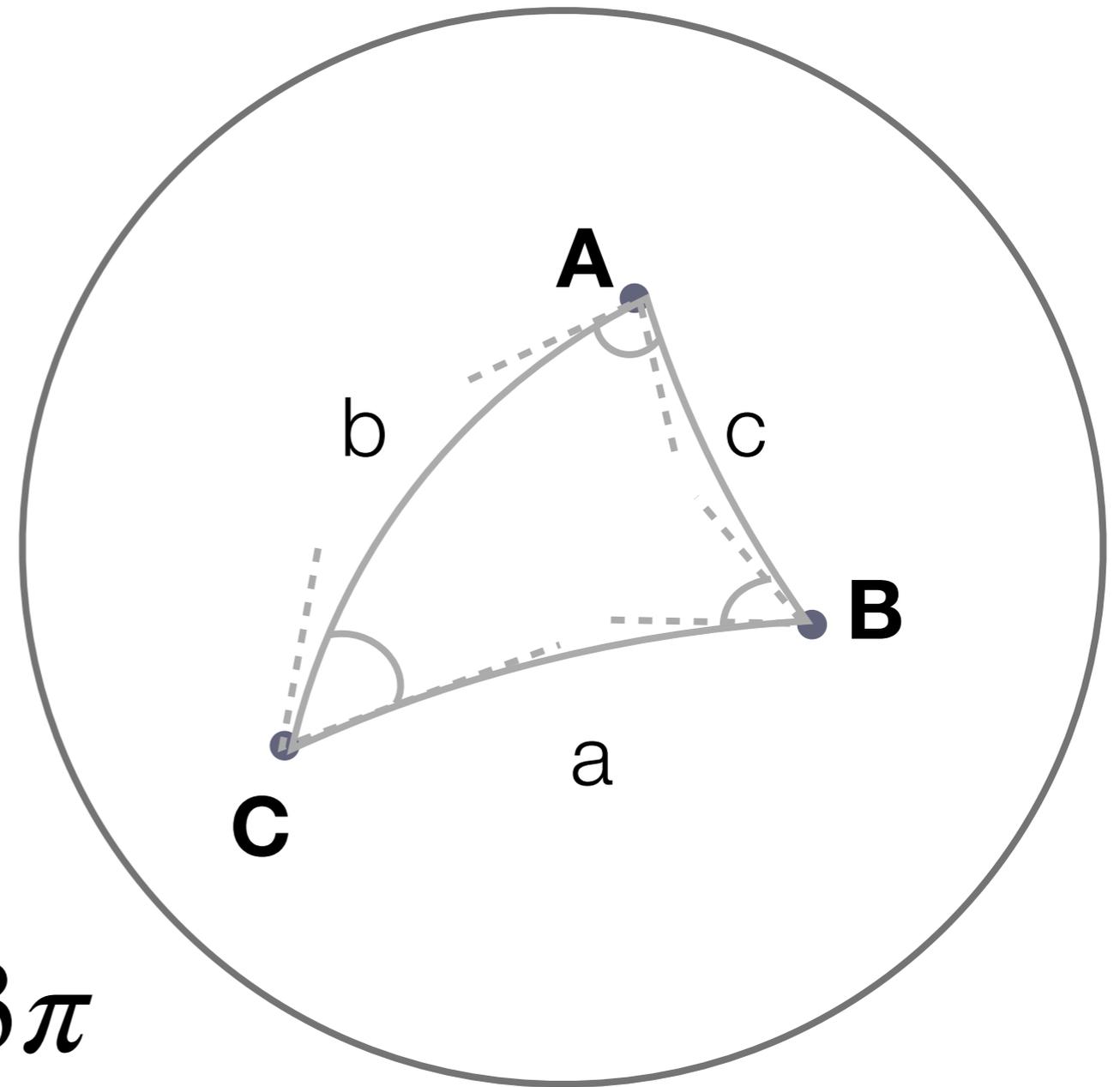
# Triángulo esférico - def. y notación estándar

---

- Tres puntos sobre la esfera definen un único **triángulo esférico** **si y sólo si se conectan con arcos de círculos máximos**

$$a, b, c \leq \pi$$

$$\pi \leq A + B + C \leq 3\pi$$



Notar que es una desigualdad (en geometría plana la suma de los ángulos de un triángulo es = pi)

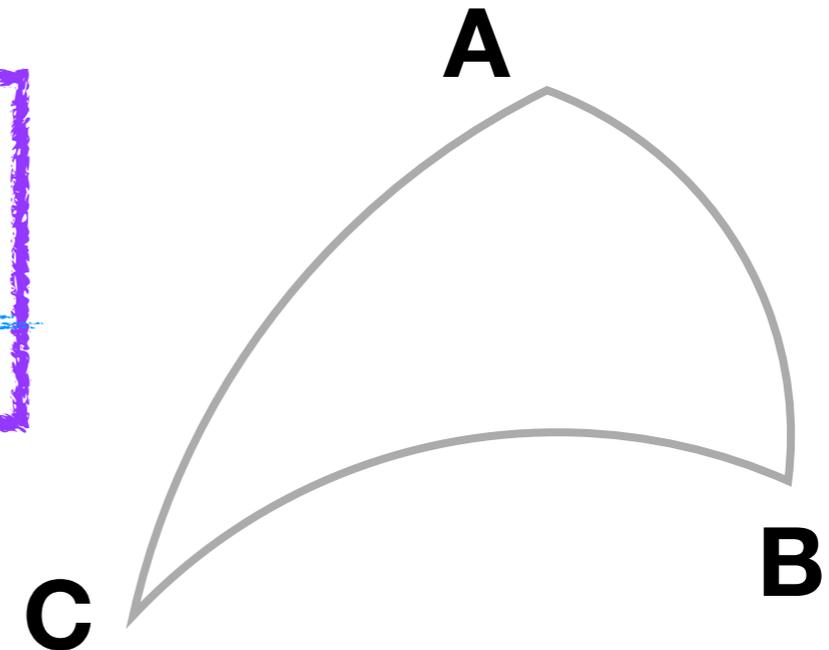
Área del triángulo esférico

# Área del triángulo esférico

---

- Teorema de Girard:

$$\text{Área de } \triangle = E = (A + B + C) - \pi$$



**E se llama  
exceso esférico**

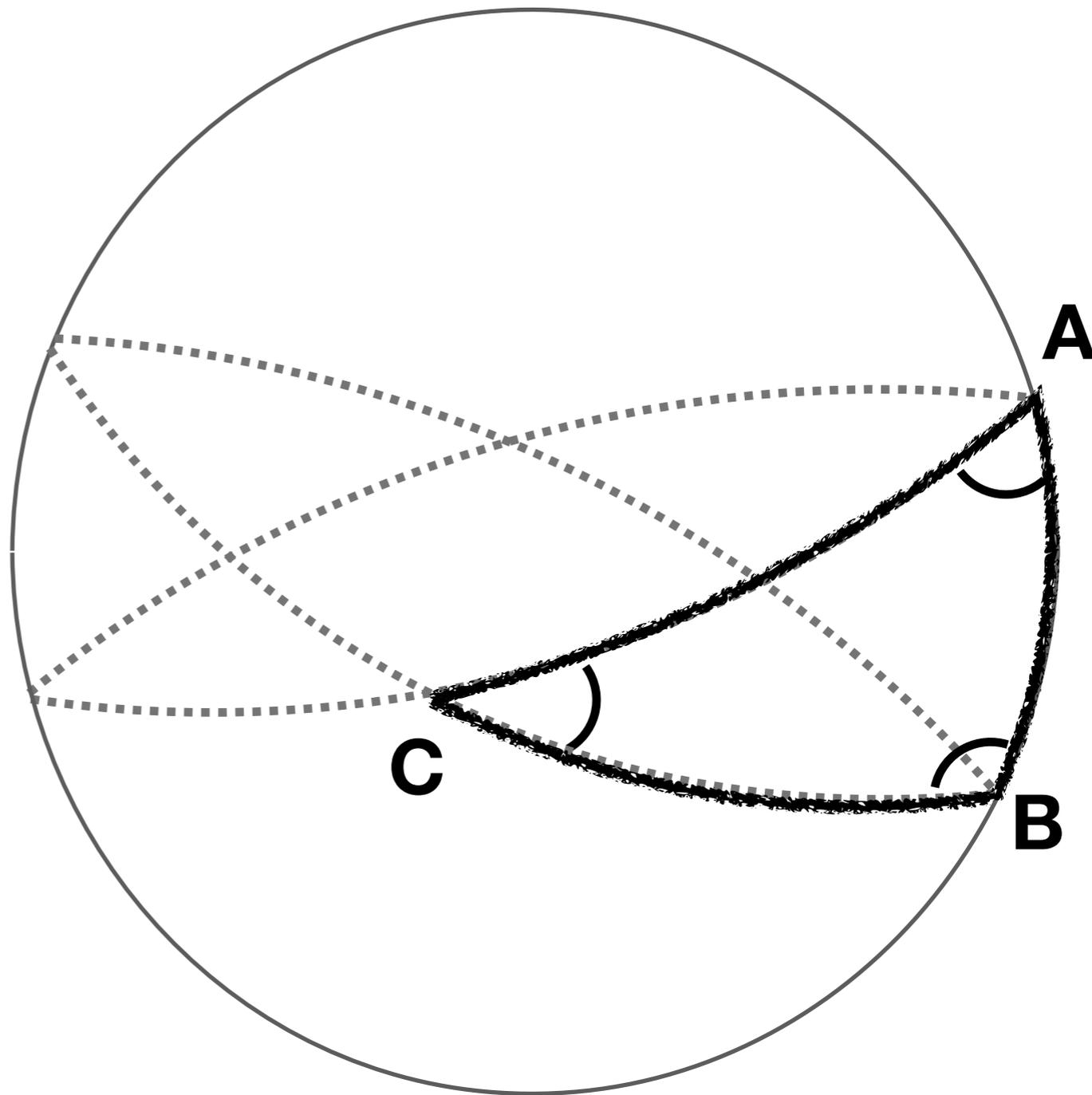
$$\text{Área de } \triangle = (A + B + C) - \pi$$

Vamos a demostrarlo:

$$\text{Área esfera} = 4\pi$$

$$\text{Área hemisferio} = 2\pi$$

$$\text{Área de gajo } A \\ (\text{ángulo } A) = 2A$$



---


$$\text{Área de gajo } \alpha \\ (\text{ángulo } \alpha) = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^\alpha d\varphi = -\varphi \cos \theta \Big|_0^\pi \Big|_0^\alpha = 2\alpha$$

$$\text{Área esfera} = 4\pi$$

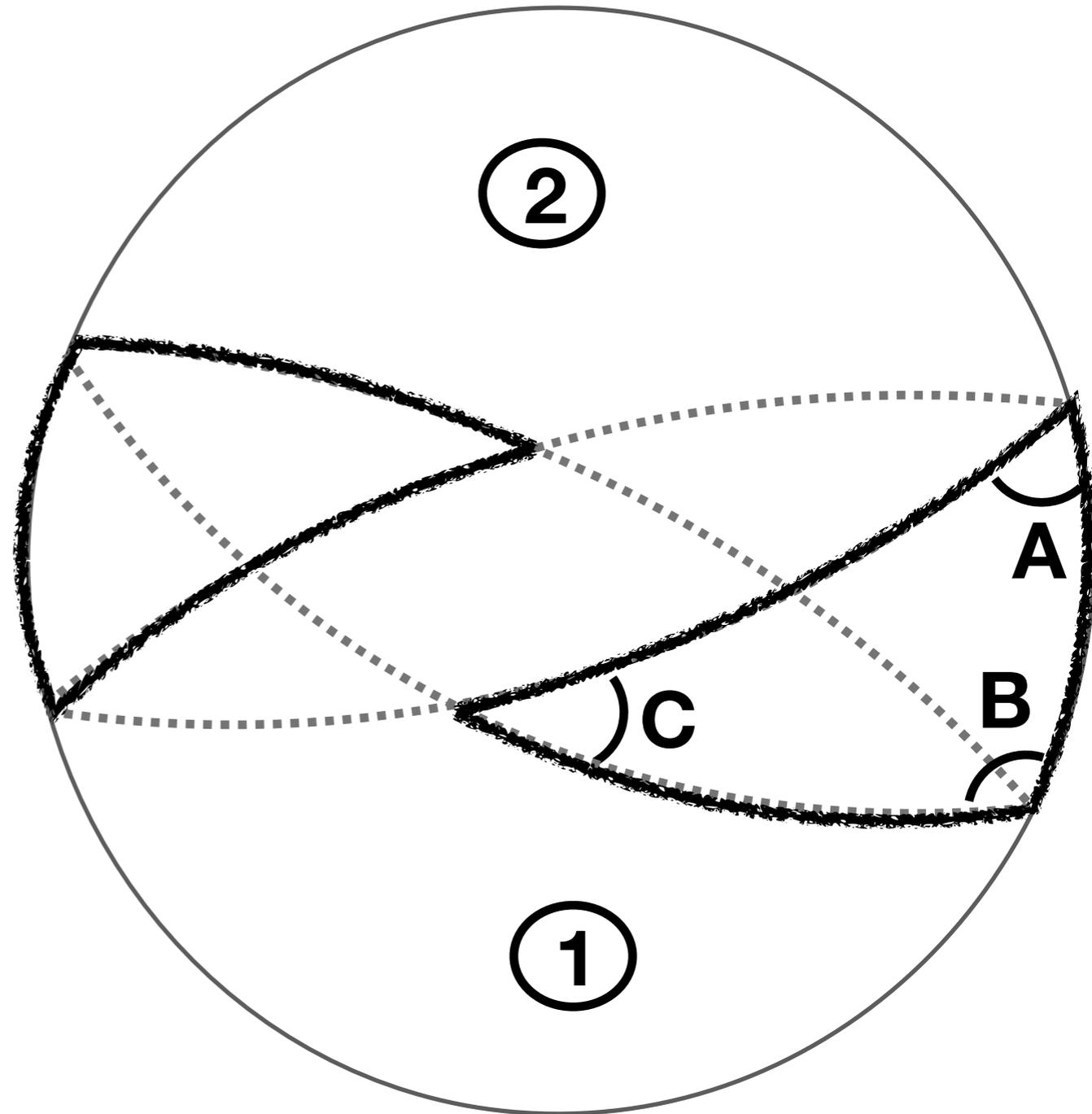
$$\text{Área hemisferio} = 2\pi$$

$$\text{Área de gajo } A = 2A$$

$$\text{Área de gajo } A = 2A = A_{\Delta} + A_{\Delta_1}$$

$$\text{Área de gajo } B = 2B = A_{\Delta} + A_{\Delta_2}$$

$$\text{Área de } \Delta = (A + B + C) - \pi$$



$$\text{Área esfera} = 4\pi$$

$$\text{Área hemisferio} = 2\pi$$

$$\text{Área de gajo } A = 2A$$

$$\text{Área de gajo } A = 2A = A_{\Delta} + A_{\Delta_1}$$

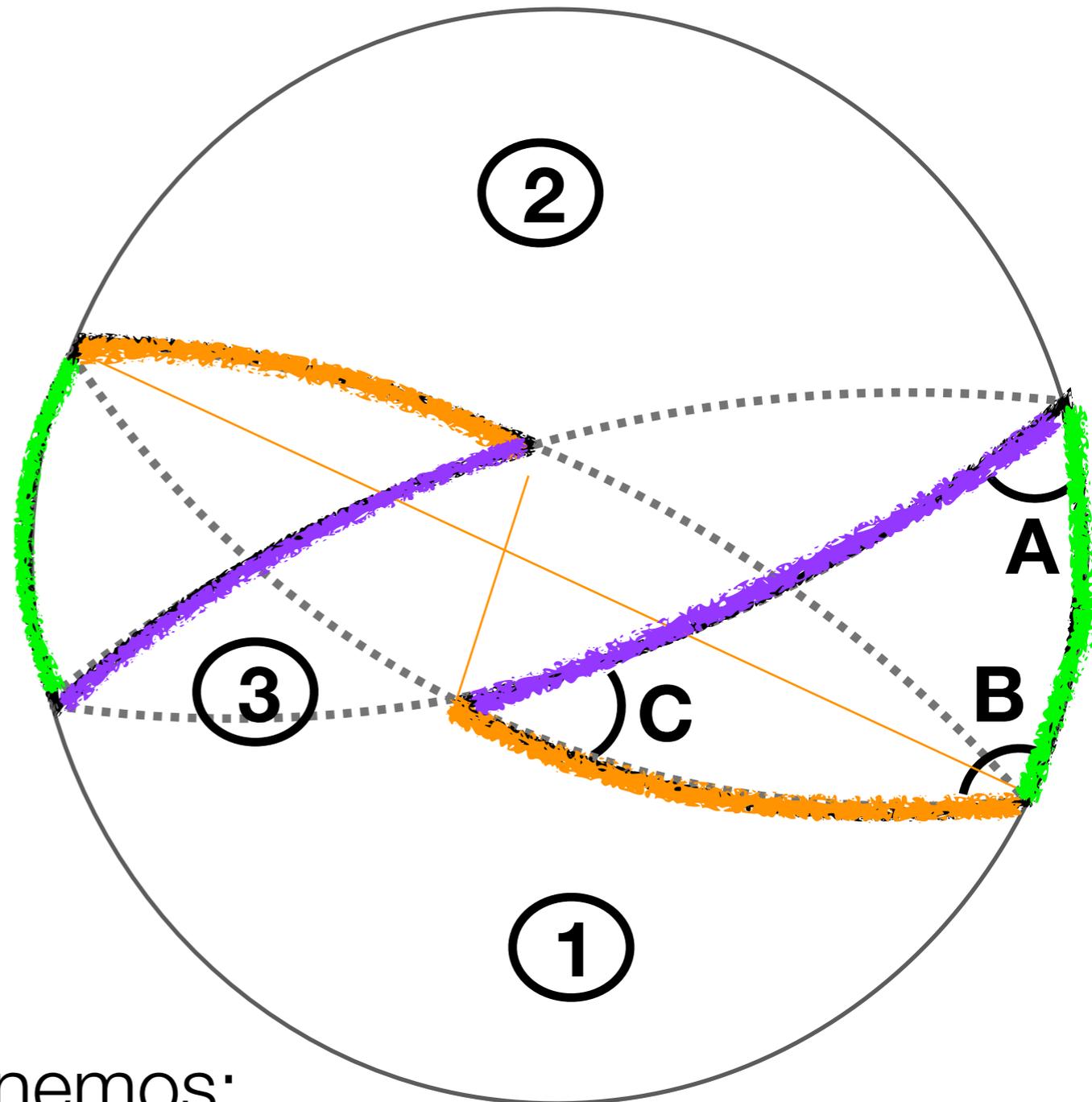
$$\text{Área de gajo } B = 2B = A_{\Delta} + A_{\Delta_2}$$

$$\text{Área de gajo } C = 2C = A_{\Delta} + A_{\Delta_3}$$

sumando estas 3 ecuaciones tenemos:

$$3A_{\Delta} + A_{\Delta_1} + A_{\Delta_2} + A_{\Delta_3} = 2(A + B + C) \quad (1)$$

$$\text{Área de } \Delta = (A + B + C) - \pi$$



$$3A_{\Delta} + A_{\Delta_1} + A_{\Delta_2} + A_{\Delta_3} = 2(A + B + C) \quad (1)$$

Además tenemos que:

$$A_{\Delta_1} + A_{\Delta_2} + A_{\Delta_3} + A_{\Delta} = 2\pi$$

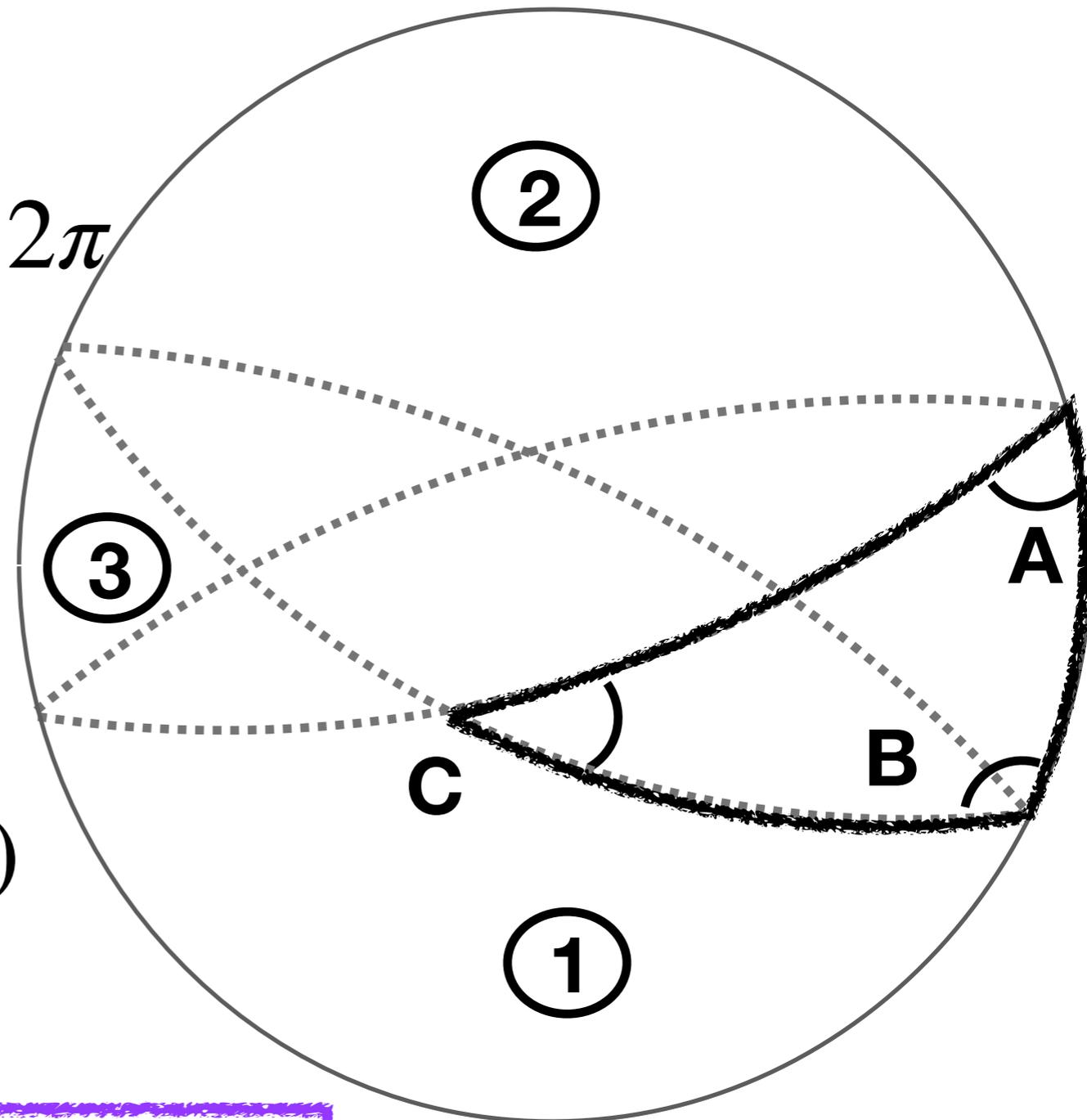
sustituyendo ésta en Ec. (1)  
tenemos:

$$3A_{\Delta} + 2\pi - A_{\Delta} = 2(A + B + C)$$

~~$$2A_{\Delta} + 2\pi = 2(A + B + C)$$~~

$$A_{\Delta} = (A + B + C) - \pi$$

c.q.d.

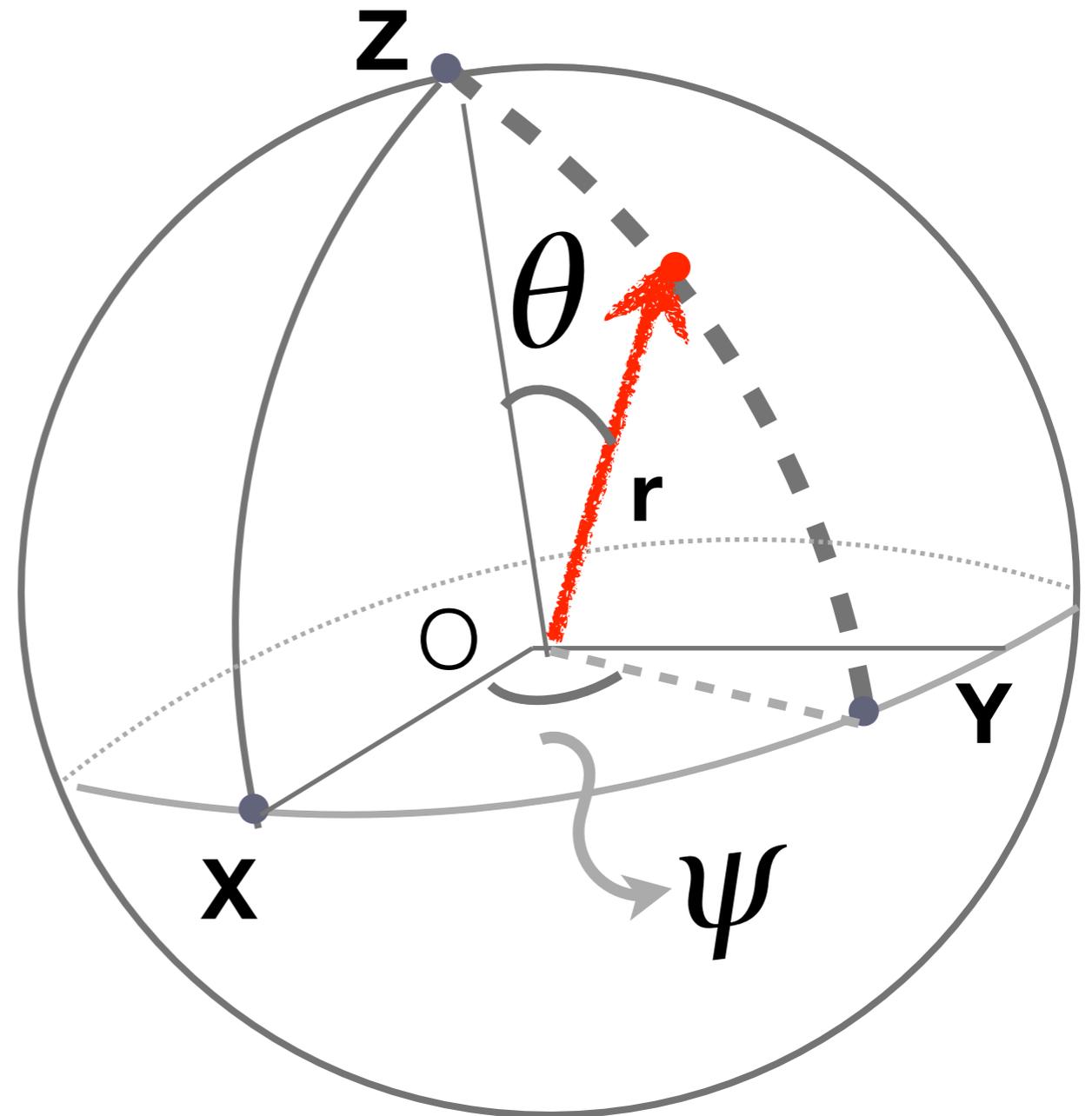


se llama exceso  
esférico

Coordenadas Esféricas (o Coordenadas Polares)

# Coordenadas Esféricas (o Coordenadas Polares)

- XY: plano fundamental
  - $\hat{z}$  : polo del plano XY
- Círculo máximo de referencia XZ ( $\psi=0^\circ$ )
- **Ángulo Polar (Colatitud) ( $0^\circ \leq \theta \leq \pi$ )**
- **Acimut ( $0^\circ \leq \psi \leq 2\pi$ ):**
  - es el ángulo diedro entre el plano de referencia XZ y el que pasa por el obj.



# Coordenadas Esféricas (o Coordenadas Polares)

- Coordenadas rectangulares (o cartesianas):

$$Z = r \cos \theta$$

$$X = r \sin \theta \cos \psi$$

$$Y = r \sin \theta \sin \psi$$

