

Práctico 7: Combinatoria

1. Para un conjunto A con n elementos, contar la cantidad de relaciones de A en A que verifiquen lo que se indica en cada caso:
 - a) ser simétricas,
 - b) ser antisimétricas,
 - c) ser asimétricas,
 - d) ser reflexivas y simétricas.
2. A partir de la definición de permutaciones circulares de n elementos, definir los *arreglos circulares de n elementos tomados de k* . Calcular una fórmula para esto.
3. Si Óscar Tabárez convoca para un partido amistoso de la selección a 2 goleros, 6 defensas, 7 mediocampistas y 4 delanteros. ¿De cuántos modos es posible formar el equipo con un golero, 4 defensas, 4 mediocampistas y 2 delanteros?
4. Un comité de 6 personas será elegido entre 4 personas uruguayas y 4 extranjeras. De cuántas formas se puede hacer una selección si:
 - a) No hay restricciones.
 - b) Queremos que sean 3 uruguayos y 3 extranjeros.
 - c) Queremos que haya un número par de extranjeros.
 - d) Queremos que sean más extranjeros que uruguayos.
 - e) Queremos que sean al menos 3 uruguayos.
5. ¿Cuántas relaciones de orden total admite un conjunto con n elementos?
6.
 - a) Inspirarse en la idea de permutaciones circulares para definir y calcular “arreglos circulares”.
 - b) Deducir que para k, n enteros cualesquiera, se tiene que k divide a $n(n-1) \cdots (n-k+1)$.
7. ¿Cuál es la probabilidad de ganar el 5 de oro?

8. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{x, y, z\}$.
- ¿Cuántas funciones $f: A \mapsto B$ cumplen $f(1) = x$?
 - ¿Cuántas funciones $f: A \mapsto B$ sobreyectivas cumplen $f(1) = f(2) = x$?
 - ¿Cuántas funciones sobreyectivas $f: A \mapsto B$ cumplen $f(1) = x$ y $f(2) = y$?
9. De cuántas formas se puede elegir 5 cartas de una baraja común (de 48 cartas) y obtener:
- Cinco cartas del mismo palo.
 - Cuatro ases.
 - Al menos cuatro cartas del mismo valor.
 - Tres ases y dos sotas.
 - Tres ases y un par.
10. Probar la fórmula de Stiefel, usando la fórmula de C_k^n .
11. Escribir el desarrollo de $(x - y)^n$.
12. ¿De cuántas maneras podemos ordenar tres 'x', tres 'y' y tres 'z' sin que aparezca tres veces consecutivas la misma letra?
13. a) Hallar la cantidad de palabras que pueden obtenerse permutando las letras de
- MATEMATICA**
- ¿Y si la primera letra debe ser E?
 - ¿Cuántas de ellas incluyen la palabra MATE?
14. Calcule cuántas permutaciones de los dígitos de 123456789 cumplen que:
- Ningún dígito está en su posición original.
 - Los pares no están en su posición original.
 - Los pares no están en su posición original y la secuencia debe empezar con los dígitos 1, 2, 3, 4 en algún orden.
15. ¿Cuántas palabras de longitud 6 existen que no tengan dos consonantes o dos vocales juntas?
16. a) ¿De cuántas maneras se puede partir un conjunto de 6 elementos en tres subconjuntos de cardinal 3, 2 y 1 respectivamente? ¿Y en tres subconjuntos de cardinal 2?

- b) ¿De cuántas formas es posible hacer una partición de un conjunto de $2n$ elementos, en n conjuntos de 2 elementos?
17. a) ¿Cuántas formas hay de sentar 5 niños distinguibles en 12 sillas puestas en línea?
b) Idem al anterior pero debido a las medidas sanitarias los niños no deben quedar sentados uno junto al otro.
18. ¿Cuántos recorridos posibles a pie hay desde Blanes y Chaná hasta Paullier y Charrúa, si no caminamos “hacia atrás”? (ayudarse con un mapa de Montevideo)
19. En un plano hay dibujadas n rectas de forma tal que
- no hay pares de rectas paralelas, y
 - no hay tres que rectas que concurran en un mismo punto.

Calcular el n sabiendo que el número de intersecciones es 21.

20. a) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x + y + z + t = 15$$

donde x, y, z y t son números naturales?

- b) ¿Y si además pedimos $x, y, z, t > 0$?
21. ¿De cuántas formas se puede meter k pelotas numeradas en n cajas indistinguibles? (Pueden quedar cajas vacías)