# Imágenes por Resonancia Magnética 2021

## Parcial I

---

**Ejercicio 1 (2 puntos)**

Considere un momento magnético $\vec{\mu}$ que se encuentra inicialmente orientado según $\hat{z}$. Se enciende un campo $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_0$, con $\vec{B}_1 = B_1\widehat{x'}$ y $\vec{B}_0 = B_0\hat{z}$. La dirección $\widehat{x'}$ es la dirección del campo rotante $\widehat{x'} = (\cos(\omega t), -\sin(\omega t), 0)$.

a) Calcule los ángulos máximo y mínimo de $\vec{\mu}(t)$ con $\vec{\mu}(0)$ en función de $\omega_0$, $\omega_1$ y $\omega$.

b) Calcule los ángulos de la parte a) en resonancia. Interprete el resultado.

c) Considere un caso particular con $B_0 = 3T$ y $B_1 = 6\mu T$. Calcule los tiempos entre dos pasos consecutivos por el ángulo máximo en los casos:

c1) resonancia,

c2) al *1%* fuera de resonancia.

---

**Ejercicio 2 (3 puntos)**

Consideramos ahora a los protones contenidos en una muestra de agua, y considere que $\gamma = \gamma_P$ para estos protones.

a) Calcule la magnetización de equilibrio a $T = 309\ K$ y $B_0 = 3\ T$.

b) Calcule el exceso relativo $\frac{N_+ - N_-}{N}$ de espines. Para 1 g de agua, calcule el exceso de espines total de espines $N_+ - N_-$ .

Si inicialmente $\vec{M}(0) = M_0\ \hat{y}$, siendo $M_0$ el valor calculado en a) y asumiendo $T_1 = 2\ T_2$ calcule:

c) El tiempo (en función de $T_1$) para el cual la magnetización longitudinal se recupera a $0.9\ M_0$.

d) El valor de $|\vec{M}|$ al tiempo calculado en c).

e) El número de vueltas que da $\vec{M}(t)$ alrededor del eje *z* hasta recuperar el valor longitudinal $0.9\ M_0$ , si $T_1 = 1\ s$ .

**Ejercicio 3 (5 puntos)**

Considere protones en presencia de dos campos: uno con polarización izquierda y otro uniforme. El campo de polarización izquierda está dado por

$$\vec{B}_1 = B_1(\cos(\omega t)\hat{x} - \sin(\omega t)\hat{y}) = B_1\widehat{x'},$$

y el campo uniforme es $\vec{B}_0 = B_0\hat{z}$ .

a) Considerando a los espines como momentos magnéticos que se comportan "clásicamente", y que están inicialmente alineados con $\hat{z}$, calcule, en resonancia, el tiempo mínimo necesario para que estén alineados según $-\hat{y}$.

b) Escriba el tiempo calculado en la parte a) para el caso particular $B_0 = 3T$ y $B_1 = 6\mu T$.

Considere ahora un espín cuántico, que se encuentra inicialmente en el estado $\binom{1}{0}$ en presencia de dos campos, izquierdo y uniforme, como se definen al principio del problema.

c) Escriba la función de onda para un tiempo arbitrario t, en resonancia.

d) Considere el tiempo mencionado en a), y calcule entonces la probabilidad de medir $\pm\hbar/2$ según el eje $z$. Interprete el resultado.

e) Considere, en resonancia, espines que se distribuyen de acuerdo a la probabilidad de la función de onda de la parte c). Escriba la matriz de la matriz densidad para una muestra de estos espines.