Imágenes por Resonancia Magnética 2021

Práctico VII – Mecánica cuántica de espines al equilibrio térmico, relajación longitudinal y matriz densidad

Ejercicio 1

Se tienen dos espines de protones posicionados en $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$, respectivamente, y donde se tiene $\Delta B(\vec{r}_1) = +\delta ppm = (\delta/10^6)B_0$ (ppm: partes por millón) y $\Delta B(\vec{r}_2) = -\delta ppm$. Encuentre la fórmula para determinar el tiempo que trascurre hasta que los dos espines se desfasen de π radianes entre sí (y por ende, la magnetización del par sea cero). Discuta la dependencia de éste tiempo según los valores de δ y B_0 y así una estimación de $T_2{}'$, como el tiempo más corto hasta que la señal alcanza el valor nulo, con $\delta = 1.0$ y $B_0 = 1.5T$.

Ejercicio 2

El parámetro $T_2{}'$ está asociado con la variación en la componente z del campo externo. Se puede obtener una estimación del valor promedio del gradiente según ésta componente a partir de la variación de fase durante la precesión de los espines. Si la componente z cambia de $B_0 + \Delta B(\vec{r}_1)$ a $B_0 + \Delta B(\vec{r}_2)$, el gradiente de dicha componente entre los puntos $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$ se puede definir como:

$$\overline{G} \equiv \frac{|\Delta B(\vec{r}_2) - \Delta B(\vec{r}_1)|}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

a) Explique el origen de la relación mencionada para el gradiente $\overline{G}$.
b) Para dos protones en éstas posiciones, si $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = 2mm$, sin diferencia en la fase inicial entre los espines, encuentre el valor de $\overline{G}$ que proporciona una diferencia de fase de 2π después de 5 minutos entre los dos espines.

Los ejercicios 3 y 4 se harán usando imágenes de muestra reales, de un fantoma, tomadas en el resonador.

Ejercicio 3

Utilice las imágenes proporcionadas, que representan las adquisiciones de magnitud y fase de cada uno de los ecos.
a) Represente gráficamente uno de los cortes de las imágenes, para distintos tiempos de ecos.
b) Seleccione uno de los voxeles de la imagen, represente la evolución temporal de la señal en magnitud e imagen de dicho voxel.

Ejercicio 4

A partir de las medidas de la señal en una región (a elección) en las imágenes proporcionadas del fantoma ¿se podría estimar el parámetro T_2 en dicha región?
Proponga una derivación teórica y ejecútela sobre las imágenes.

Ejercicio 5

Tenga en cuenta una bobina de cuadratura en forma de "jaula de pájaro" con 6 líneas conductoras de corriente espaciadas uniformemente sobre una circunferencia.

Suponiendo que los cables son infinitos, calcule el desfase que debería haber entre las corrientes sinusoidales en cada una de las líneas para generar un campo magnético rotante en el centro de la circunferencia.

Ejercicio 6

Derive las ecuaciones (8.18) de las soluciones de las ecuaciones diferenciales de Bloch en cada uno de los intervalos mencionados en (8.15), para los cuales tenemos la dependencia de los valores de relajación R_2 (o T_2). La magnetización trasversal tiene un valor inicial $M_t(0)$ inicialmente y es una función continua en el tiempo.

$$R_2^{SE}(t) = \begin{cases} R_2' + R_2 & 0 < t < \tau \\ -R_2' + R_2 & \tau < t < 2\tau = T_E \\ R_2' + R_2 & t > 2\tau = T_E \end{cases} \tag{8.15}$$

$$M_\perp(t) = M_\perp(0) \begin{cases} e^{-t/T_2^*} & 0 < t < \tau \\ e^{-t/T_2} e^{-(T_E - t)/T_2'} & \tau < t < 2\tau = T_E \\ e^{-t/T_2} e^{-(t-T_E)/T_2'} = e^{-t/T_2^*} e^{T_E/T_2'} & t > 2\tau = T_E \end{cases} \tag{8.18}$$