Electromagnetismo (2021)

Práctico 2

Campo Electrostático y Ley de Gauss

1. Tres cargas puntuales se encuentran alineadas. Las cargas de los extremos tienen signo positivo y magnitudes q_1 y q_3. La carga del medio tiene signo negativo, magnitud q_2 y dista de las anteriores d_1 y d_2 respectivamente. Halle el cociente entre d_1 y d_2, y la relación entre las magnitudes de las tres cargas para que la configuración esté en equilibrio. ¿De qué tipo de equilibrio se trata?

2. Un disco circular de radio a tiene una densidad superficial de carga uniforme σ. El disco se encuentra en el plano xy y su centro coincide con el origen del sistema de coordenadas.

   a) Obtenga una expresión para el campo eléctrico en el eje del disco en función de z.

   b) Aproxime el resultado anterior a primer orden para $a \to 0$ y pruebe que el resultado coincide con el campo de una carga puntual.

   c) Aproxime el resultado anterior a primer orden para $z \to 0$ y muestre que coincide con el campo de una placa infinita. ¿Si en lugar de $z \to 0$ se toma $a \to \infty$, qué se obtiene?

   d) Determine la posición de un punto sobre el eje z, más allá del cual el disco puede considerarse como una carga puntual con un error menor al 1 %.

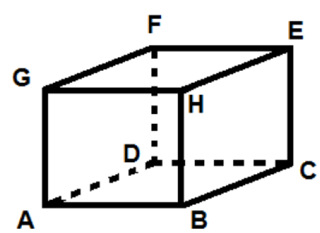
3. Calcular el campo eléctrico de un cascarón esférico de radio R con densidad de carga superficial uniforme σ en todo el espacio.

   a) Usando la ley de Coulomb.

   b) Usando la ley de Gauss.

4. Se tiene una distribución de cargas formada por una línea infinita de densidad uniforme y un plano in finito de densidad uniforme. La línea y el plano son perpendiculares. Halle el campo eléctrico en todo el espacio apicando la ley de Gauss.

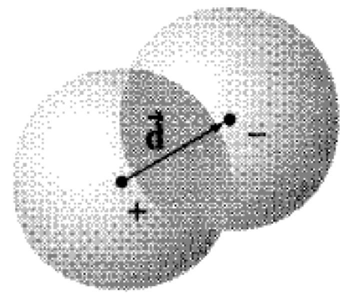
5. Una carga q se encuentra en el vértice A del cubo $ABCDEFGH$. Calcular el flujo del campo eléctrico a través de la cara $FECD$.



6. Un cable coaxial tiene una densidad de carga volumétrica uniforme ρ en el cilindrio interior $(r < a)$ y una densidad de carga superficial uniforme en la superficie del cilindro exterior $(r = b)$. La carga total del cable es cero. Hallar el campo eléctrico en todo el espacio. Graficar.

7. Una plancha plana infinita de espesor $2d$ tiene una densidad de carga uniforme ρ. Hallar el campo eléctrico en todo punto como función de la distancia al plano de simetría de la plancha. Graficar.

8. Dos esferas, cada una de radio R y que llevan densidades de carga uniforme $+\rho$ y $-\rho$, respectivamente, se colocan para que parcialmente se superpongan. Llamando al vector que va del centro de la carga positiva al centro de la carga negativa $\vec{d}$, mostrar que el campo eléctrico en la región de superposición es constante y hallar su valor.



9. Imagine que mediciones nuevas y estraordinariamente precisas revelasen un error en la ley de Coulomb. La fuerza real de la interacción entre dos cargas puntuales se encuentra que es:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|^3} \left(1 + \frac{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|}{\lambda}\right) e^{-\frac{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|}{\lambda}} (\vec{r_1} - \vec{r_2})$$

Donde λ es una constante nueva de la naturaleza (con dimensiones de longitud y muy grande, digamos de la mitad del radio del universo. De esta forma la corrección es muy pequeña). La tarea es reformular la electrostática para acomodarse al nuevo descubrimiento. Asuma que el principio de superposición aún se mantiene.

   a) ¿Cuál es el campo eléctrico de una distribución de carga ρ?

   b) ¿Este campo eléctrico admite un potencial escalar? Explicar.

   c) Encuentre el potencial de una carga putual q, usando ∞ como punto de referencia.

   d) Para una carga puntual q en el origen, muestre que:

   $$\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot \hat{n} da + \frac{1}{\lambda^2} \int_V V d\tau = \frac{q}{\epsilon_0}$$

   Donde ∂V y V son a superficie y el volumen de una esfera centrada en la carga q.

   e) Muestre que este resultado se generaliza para cuaquier distribución:

   $$\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot \hat{n} da + \frac{1}{\lambda^2} \int_V V d\tau = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

10. Considere los siguientes datos: $q_1 = 1C$, $q_2 = -2C$, $q_3 = 3C$, $q_4 = 4C$, $\vec{r_1} = 1m\hat{\imath} + 1m\hat{\jmath}$, $\vec{r_2} = 2m\hat{\imath} + 2m\hat{k}$, $\vec{r_3} = 2m\hat{\jmath}$ y $\vec{r_4} = 0$. ¿Cuál será la densidad volumétrica de carga ρ en coordenadas:

   a) Cartesianas

   b) Cilíndricas

c) Esféricas

11. Considere la distribución de cargas continua y unidimensional dada por un anillo infinitesite-simalmente delgado, de radio a, centrado en el origen y ubicado en el plano xy.

    a) Determine la densidad de carga volumétrica en coordenadas esféricas.

    b) Suponga ahora que el anillo se encuentra en el plano yz y determine la distribución de cargas.

12. Calcular la densidad de carga volumétrica que corresponde a dos planos paralelos e infinitos, el primero sobre el plano $x = 0$ y carga por unidad de área constante $\sigma_0 = -3C/m^2$ y el segundo en $x = 1$ y con densidad de carga superficial $\sigma_1 = 3C/m^2$ constante sobre el plano.

13. Calcular la densidad de carga de un cascarón esférico de radio $2m$ con densidad de carga $\sigma = 2C/m^2$. ¿Cuál es la carga total del cascarón esférico?

14. El potencial promedio de un átomo de hidrógeno se puede expresar como:

$$\varphi = q\frac{e^{-2r/a_0}}{r}(1 - \frac{r}{a_0}),$$

donde a_0 es el radio de Bohr. Encuentre la distribución de carga que produce este potencial.