OSCILACIONES LINEALES

Nombre completo del Estudiante
Institución

I. INTRODUCCIÓN

En esta práctica determinamos la constante elástica de un resorte a partir de las medidas obtenidas de la elongación (método estático) y el período (método dinámico) para las distintas masas utilizadas.

II. FUNDAMENTO TEÓRICO

Al someterse a la acción de una fuerza externa, un cuerpo puede sufrir una deformación elástica. Si la fuerza externa actúa dentro de ciertos límites, el cuerpo experimenta una deformación proporcional a la fuerza aplicada. Más específicamente, para el caso de un resorte helicoidal, la fuerza externa F es proporcional a la elongación que ésta causa y viene dada por la siguiente expresión, conocida como Ley de Hooke:

$$F = -kx \quad \textbf{(1)}$$

Donde k es la constante elástica del resorte y x es su elongación, la cual puede expresar como sigue:

$$x = x_f - x_i \quad \textbf{(2)}$$

Siendo x_f la posición final del resorte y x_i su posición de equilibrio.

Observemos ahora el dispositivo mostrado en la Fig. 1 a continuación:

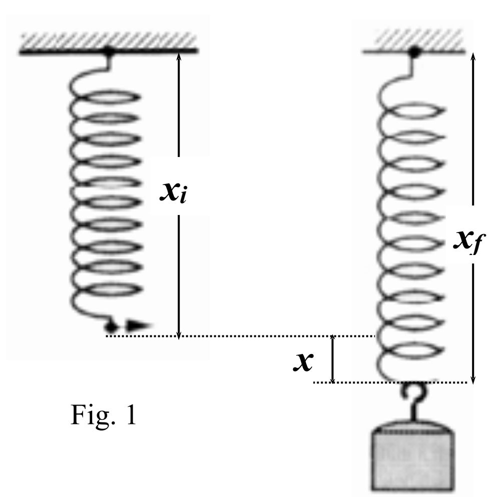


Fig. 1

Fig. 1a

Basándonos en la Ley de Hooke, si suspendemos en el extremo libre del resorte una masa conocida (Fig. 1a) y medimos la elongación resultante, podemos conocer la constante elástica del resorte sustituyendo en la ecuación (1) el peso del cuerpo suspendido, obteniendo así:

$$Mg = -kx \quad \textbf{(3)}$$

Donde M es la masa del cuerpo y g es la aceleración de gravedad.

Por otra parte si la masa suspendida en el resorte se encuentra en movimiento, éste será del tipo armónico simple y su período T dependerá de la masa M del cuerpo y de la constante elástica k del resorte de acuerdo a la siguiente expresión:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

Ésta expresión es válida mientras la masa del resorte sea despreciable o no se considere, para el caso contrario se tiene que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M + m_{eq}}{k}} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{k}M + \frac{4\pi^2}{k}m_{eq} \quad \textbf{(4)}$$

Donde m_{eq} es la masa equivalente del resorte.

III. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

PARTE A: Determinación de la constante elástica (Método Estático)

1) Se utilizó una base con una barra vertical a la cual se encontraba adherida una regla de apreciación 0,001m, perpendicularmente a la barra se sujetó con una nuez otra varilla de la cual se suspendió un resorte con un portapesas en el extremo libre (ver Fig. 2).

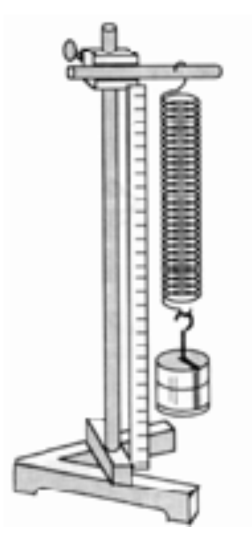


Fig. 2

2) Se midió la posición inicial del portapesas (x_i) con ayuda de la regla, obteniendo: x_i= (0,144 ± 0,001) m.

3) Luego medimos cuatro veces las respectivas posiciones finales (x_f) del portapesas al colocar 6 masas diferentes y calculamos la elongación x para cada masa utilizando la ecuación (2), los datos obtenidos se presentan a continuación en la Tabla A:

TABLA A			
M (Kg)	**#**	**x_f (m)**	**x (m)**
0,200	1	0,191	0,047
	2	0,191	0,047
	3	0,191	0,047
	4	0,191	0,047
0,250	1	0,202	0,058
	2	0,202	0,058
	3	0,202	0,058
	4	0,202	0,058
0,.300	1	0,215	0,071
	2	0,215	0,071
	3	0,215	0,071
	4	0,215	0,071
0,350	1	0,226	0,082
	2	0,226	0,082
	3	0,226	0,082
	4	0,226	0,082
0,400	1	0,239	0,095
	2	0,239	0,095
	3	0,239	0,095
	4	0,239	0,095
	1	0,250	0,106

0,450	2	0,250	0,106
	3	0,250	0,106
	4	0,250	0,106

4) Por último suspendimos un objeto problema de masa desconocida y medimos su elongación x_p, obteniendo:

x_p= (0,201 ±0,001)m

PARTE B: Determinación de la constante elástica (Método Dinámico: Oscilaciones Armónicas)

1) Con el montaje del experimento anterior (Fig.2) colocamos una de las masas en el extremo libre del resorte y lo estiramos ligeramente a partir de su posición de equilibrio para provocar un movimiento oscilatorio vertical. Repetimos este procedimiento con cada una de las masas seleccionadas en el experimento anterior.
2) Al comenzar el movimiento oscilatorio tomamos el tiempo transcurrido en realizar 50 oscilaciones completas (50T) y repetimos el procedimiento para las masas restantes, también calculamos el período T a partir de la ecuación (A.1). Los valores obtenidos se presentan a continuación en la Tabla B.

TABLA B		
M (Kg)	**50T (s)**	**T (s)**
0,200	25,29	0,5058
0,250	27,69	0,5538
0,300	30,26	0,6052
0,350	31,75	0,635
0,400	33,6	0,672
0,450	35,54	0,7108

El cronómetro utilizado para este experimento tenía una apreciación de 0,01s.

3) Por último suspendimos en el resorte al objeto problema, provocamos en él un movimiento oscilatorio y medimos el tiempo ($50T_p$) transcurrido en realizar 50 oscilaciones, el resultado obtenido fue:

$50T_p$= (4,65 ± 0,01)s

Por la ecuación (A.1) calculamos el período T y para hallar T^2 elevamos T al cuadrado obteniendo:

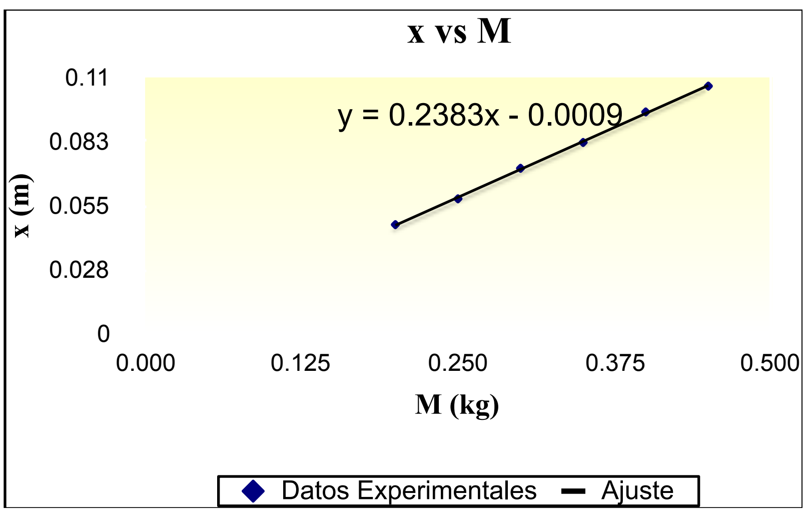
T= 0,92 s
T^2= 0,98 s

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

PARTE A. Cálculo de la constante elástica (Método Estático)

1) En esta parte calculamos el promedio de la elongación (x) correspondiente para cada masa, partiendo de los datos expuestos anteriormente en la Tabla A, los valores obtenidos se presentan a continuación:

TABLA C	
M (Kg)	**x (m)**
0,200	0,047
0,250	0,058
0,300	0,071
0,350	0,082
0,400	0,095
0,450	0,106



2) A partir de estos datos hicimos un gráfico de x vs M, basándonos en la ecuación (3) y se hizo el ajuste por mínimos cuadrados a una recta, poniendo como condición que la ordenada en el origen fuera igual a cero. El gráfico obtenido es el siguiente:

La ecuación obtenida del ajuste es la siguiente: y = (0,2356)x. La pendiente m de esta recta y su error son: m= (0,2356 ± 0,0007) s^2/Kg

Pero partiendo de la ecuación (3) y despejando x en función de M, tenemos:

$$x = -\frac{g}{k} M \quad \textbf{(5)}$$

Entonces al igualar la pendiente de esta recta con el valor de la pendiente obtenido del ajuste, tenemos:

$$m = -\frac{g}{k} \rightarrow K = -\frac{g}{m} \quad \textbf{(6)}$$

Al sustituir los valores correspondientes en la ecuación (6) y calcular el error de k utilizando la ecuación (A.2) del apéndice A, obtuvimos el siguiente resultado:

k= (-41,4 ± 0,1) Kg/s^2

3) Por último basándonos en la ecuación (5) y sustituyendo el valor obtenido para la pendiente por medio del ajuste obtuvimos la siguiente expresión:

$$x = (0{,}2356)M$$

Basándonos en ésta ecuación pudimos calcular la masa del objeto problema, al sustituir x por su elongación x_p= (0,201 ±0,001)m obtenida anteriormente en la parte experimental. También calculamos el peso del objeto problema multiplicando la masa obtenida por la aceleración de gravedad g (g= 9,77 m/s^2). Los resultados son los siguientes:

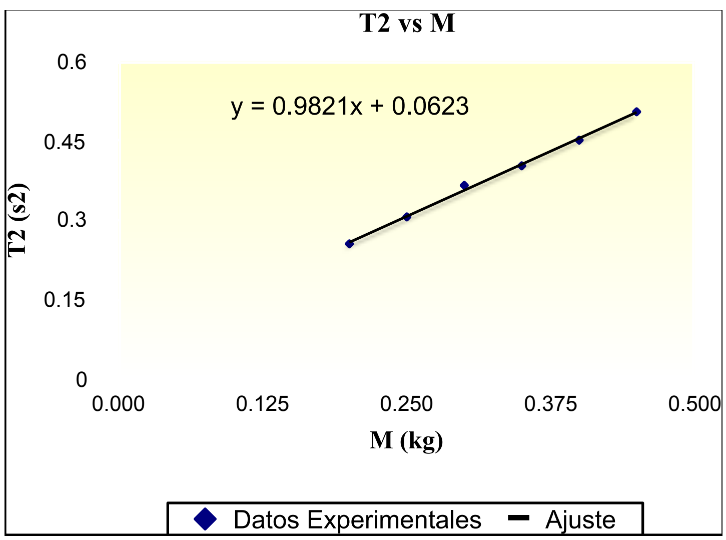
M= 0,87 Kg.
Mg= 8,50 N.

PARTE B. Cálculo de la constante elástica (Método Dinámico: Oscilaciones armónicas)

1) En esta parte calculamos el cuadrado del período T^2 obtenido para cada masa, partiendo de los datos expuestos anteriormente en la Tabla B y elevando cada valor al cuadrado, los datos obtenidos se presentan a continuación:

TABLA D	
M (kg)	**T^2 (s^2)**
0,200	0,2558
0,250	0,3067
0,300	0,3662
0,350	0,4032
0,400	0,4516
0,450	0,5052

2) Partiendo de los datos expuestos en la Tabla D, hicimos un gráfico de T^2 vs M, basándonos en la ecuación (4) y se hizo el ajuste por mínimos cuadrados a una recta, ésta vez sin poner como condición que la ordenada en el origen fuera nula. El gráfico obtenido es el siguiente:



De la ecuación obtenida del ajuste: y=(0,9821)x + 0,0623 y los errores arrojados para cada parámetro, tenemos los siguiente valores de la pendiente m y el punto de intersección con el eje de ordenadas b:

m= (0,98 ± 0,02) s^2/Kg
b= (0,062 ± 0,009) s^{-2}

Al comparar m y b con la ecuación (4) se tiene:

$$m = \frac{4\pi^2}{k} \quad \rightarrow \quad k = \frac{4\pi^2}{m} \quad \textbf{(7)} \; ; \qquad b = \frac{4\pi^2}{k} m_{eq} \quad \rightarrow \quad m_{eq} = \frac{bk}{4\pi^2} \quad \textbf{(8)}$$

Partiendo de estas expresiones calculamos k y m_{eq}, los errores respectivos Δk y Δm_{eq} se calcularon utilizando las ecuaciones (A.3) y (A.4) del apéndice A. Los resultados obtenidos son los siguientes:

k= (40,3 ± 0,8) s^2/Kg
m_{eq}= (0,06 ± 0,01) Kg.

3) Partiendo de la ecuación (4) y sustituyendo los valores hallados de m y b tenemos la siguiente expresión:

$$T^2 = (0{,}98)M + (0{,}062)$$

Despejando M de ésta ecuación y sustituyendo el valor de T^2= 0,98 s (el cuadrado del período del objeto problema) obtenido en la parte experimental, calculamos la masa y el peso del objeto problema (multiplicando la masa por la aceleración de gravedad). Los resultados obtenidos son los siguientes:

M= 0,82 Kg.
Mg= 8,2 N.

V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

1) En el momento de realizar la práctica se tuvo cuidado al tomar las medidas de las elongaciones de cada masa, de manera de minimizar en lo posible el error de paralaje. También se tuvo especial cuidado en que al provocar el movimiento oscilatorio en cada masa fueran liberadas de la manera más vertical posible para evitar que el movimiento tendiera a ser caótico y las medidas del período no fueran correctas.
2) El valor obtenido de la constante elástica a través del método estático es el siguiente:

k= (41,4 ± 0,1) Kg/s^2

En realidad el valor obtenido tenía originalmente un signo negativo, pero éste surge de el hecho de que la fuerza elástica es igual y opuesta a la fuerza externa que actúa sobre el resorte para un valor dado de la elongación . Esto puede verse en la ecuación (1).

3) El valor de la constante elástica obtenido a partir del método dinámico es el siguiente:

k= (40,3 ± 0,8) s^2/Kg

4) Si graficamos ambos intervalos en una recta real podemos observar si concuerdan las medidas y en qué intervalo lo hacen:

[ ] [ ]

Como se puede observar en el gráfico los intervalos en los cuales se encuentran ambas medidas no coincides a pesar de ser muy cercanos entre sí, es decir que en ningún momento ambas medidas son iguales. Puede notarse que 41,1≈ 41,3, siendo 41,1 el valor máximo de k obtenido a través del método dinámico y 41,3 el valor mínimo de k obtenido a través del método estático.

Por otra parte podemos observar también, que el valor obtenido por el método estático es mucho más preciso que el obtenido por el método dinámico, esto puede ser debido a que al tomar el período de oscilación de las distintas masas el error se debía ir incrementando ya que a medida que la masa aumentara el movimiento armónico tendería a ser también un movimiento pendular y luego volvería a ser armónico, repitiéndose cíclicamente este proceso (ver apéndice B). Esta variación del movimiento afectaría al período y por lo tanto a la masa al calcularla por la ecuación (4).

5) Se realizó un promedio pesado $\bar{k}$ con los valores obtenidos para la constante elástica obteniendo:

$\bar{k} = (41,3 \pm 0,1) Kg/s^2$

6) El valor obtenido para la masa equivalente del resorte es el siguiente:

$m_{eq} = (0,06 \pm 0,01)$ Kg.

7) Los resultados obtenidos al calcular la masa y el peso del objeto problema fueron los siguientes:

Método Estático:	Método Dinámico:
M= 0,87 Kg.	M= 0,82 Kg.
Mg= 8,50 N.	Mg= 8,20 N.

Podemos observar que ambos valores de M son bastantes parecidos, al igual que sucede con los valores calculados del peso Mg. Los promedios $\overline{M}$ y $\overline{Mg}$ obtenidos para ambas magnitudes son los siguientes:

$\overline{M} = 0{,}85$ Kg.
$\overline{Mg} = 8{,}45$ N.

VI. APÉNDICES

APÉNDICE A.

- Cálculo del período T.

Partiendo de la expresión del período: $T = \frac{t}{n}$
Donde t es el tiempo que llamamos 50T y n es el número de oscilaciones.

Se tiene que: $T = \frac{50T}{50}$ **(A.1)**

- Cálculo del error de la constante elástica Δk partiendo de las ecuaciones utilizadas para el Método Estático:

Partiendo de la ecuación (5) calculamos el error Δk vía propagación de errores por el método de las derivadas parciales, obteniendo:

$$\Delta k = \left| \frac{g}{m^2} \right| \Delta m$$ **(A.2)**

- Cálculo del error de la constante elástica Δk partiendo de las ecuaciones utilizadas para el Método Dinámico:

Partiendo de la ecuación (7) calculamos el error Δk vía propagación de errores por el método de las derivadas parciales, obteniendo:

$$\Delta k = \left| \frac{4\pi^2}{m^2} \right| \Delta m$$ **(A.3)**

- Cálculo del error de la masa equivalente del resorte Δm_{eq}:

Partiendo de la ecuación (8) calculamos el error Δk vía propagación de errores por el método de las derivadas parciales, obteniendo:

$$\Delta m_{eq} = \left|\frac{k}{4\pi^2}\right|\Delta b + \left|\frac{b}{4\pi^2}\right|\Delta k \quad \textbf{(A.4)}$$

APÉNDICE B. Preguntas sobre la práctica.

1) En el método estático lo que se determina es la masa gravitacional del objeto problema, mientras que en el método dinámico se determina su masa inercial.

-¿Tienen estas cantidades el mismo significado físico?

No, la masa inercial de un cuerpo está relacionada con el movimiento de dicho objeto. A su vez la masa inerte o gravitacional es también el órgano sensible del cuerpo para el "campo métrico" en el espacio y tiempo. Ahora bien, la masa gravitacional esta relacionada con la gravedad y a diferencia de la masa inerte, ésta ha de considerarse como el órgano sensible para el campo gravitatorio.

-¿Tienen ambas el mismo valor numérico?

Sí, porque la ley de la igualdad entre la masa gravitacional y la masa inerte se cumple con gran precisión. Esto dio ocasión a que A. Einstein afirmase en la Teoría de la Relatividad General la identidad del campo métrico y el campo gravitatorio.

2) Puede observarse que para ciertos valores de la masa suspendida en el resorte, y transcurrido un cierto tiempo de estar oscilando verticalmente, esta oscilación tiende a disminuir y el sistema va adquiriendo un movimiento pendular. Luego este movimiento pendular va decayendo y vuelva a establecerse el movimiento vertical. El proceso de intercambio entre estos dos modos de oscilación se repite periódicamente. Explique.

El movimiento que lleva a cabo el resorte es un movimiento oscilatorio amortiguado. Dicho movimiento se caracteriza porque el cuerpo va a ir disminuyendo su energía cinética hasta detenerse. Al detenerse la masa inerte del cuerpo suspendido tiende a seguir su movimiento y es por esto que empieza a oscilar pendularmente. Sin embargo, por la acción de la gravedad al pasar por la posición en donde el ángulo respecto a la vertical es cero, el resorte se va a estirar ocasionando que el cuerpo vuelva a oscilar pendularmente. Este fenómeno es más apreciable para valores mayores de la masa, porque a medida que esta aumenta el movimiento vertical se "detendrá" más rápidamente que para masas pequeñas.

VII. BIBLIOGRAFÍA

1. USB *Guía de Prácticas* – Laboratorio de Física FS-2181, (2000)
2. R. Resnick, D. Halliday, *Física,* Vol. 1, Cap. 17, Compañía Editorial Continental S.A. (1970).