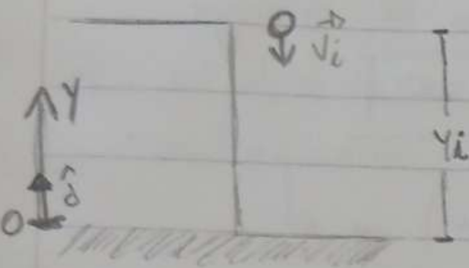
Segundo Parcial II/2020

Problema I



a. Si despreciamos la interacción de la pelota con el aire, la única fuerza que actúa es el peso. La misma es una fuerza conservativa, y por lo tanto la energía mecánica del sistema (pelota-Tierra) se conservará.

b. $E_{mec,i} = E_c + U_g = \frac{1}{2} m v_i^2 + m g y_i$

$$E_{mec,i} = \frac{1}{2}\, 0{,}4\,kg\; 25\,m^2/s^2 + 0{,}4\,kg\; 9{,}8\,m/s^2\; 100\,m$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{mec,i} = 397{,}0\,J}$$

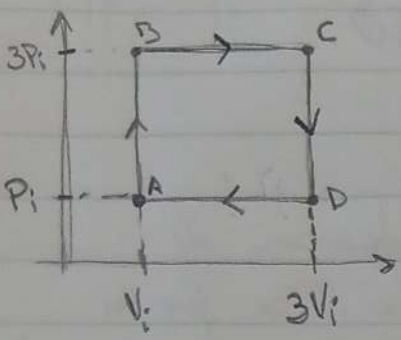
c. Como la energía mecánica se conserva $\Rightarrow E_{mec,i} = E_{mec,f}$
Tomando como punto final el momento en el cual la pelota golpea el suelo

$$\Rightarrow E_{mec,i} = \frac{1}{2} m v_f^2 + m g \overset{0}{y_f}$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 E_{mec,i}}{m}} \Rightarrow \boxed{v_f \simeq 44{,}5\,m/s} \Rightarrow \vec{v}_f = -44{,}5\,m/s$$

d. Si la pelota es lanzada con 5 m/s hacia arriba, la energía mecánica inicial será la misma. Como la E_{mec} se conserva, la pelota subirá hasta la altura máxima y volverá a pasar por la altura inicial con 5 m/s hacia abajo. Luego, el problema es idéntico al inicial, y la pelota golpeará el suelo con la misma velocidad: $\vec{v}_f = -44{,}5\,m/s\,\hat{j}$

Problema 2



a. $W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV$

Los procesos AB y CD son isócoros (vol. cte), de forma que el trabajo es nulo: $\boxed{W_{AB} = W_{CD} = 0}$

Los procesos BC y DA son isóbaros (P cte) y el trabajo se reduce a $W = -P\Delta V$

$\boxed{W_{BC} = -3P_i(3V_i - V_i) = -6P_iV_i}$ (es una expansión, de forma que el gas debe invertir parte de su energía para expandirse)

$\boxed{W_{DA} = -P_i(V_i - 3V_i) = 2P_iV_i}$

Luego, el trabajo en todo el ciclo es

$\boxed{W_{ciclo} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = -4P_iV_i}$ Observar relación entre área bajo curva BC y bajo curva DA.

b. Por la 1ra ley de la Termodinámica:

$\Delta E_{int} = W + Q$

Como la E_{int} es una función de estado, entonces vale lo mismo en el pto. inicial y final del ciclo (pto. A)

$\Rightarrow \Delta E_{int,ciclo} = 0$

Luego: $0 = W_{ciclo} + Q_{ciclo} \Rightarrow \boxed{Q_{ciclo} = -W_{ciclo} = 4P_iV_i}$

c. Por ec. de estado del GI: $P_iV_i = nRT_i$

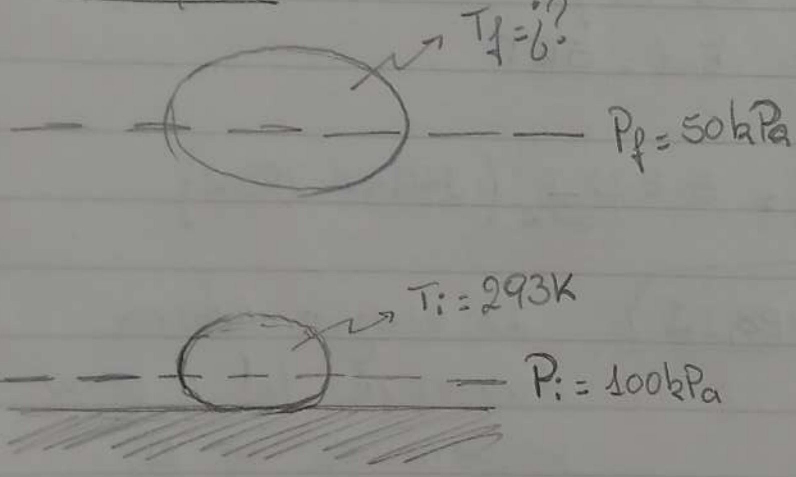
$\Rightarrow \boxed{P_iV_i = 1\text{mol}\ 8{,}32\ \frac{J}{mol\,K}\ 273K \simeq 2271{,}4\ J}$

Luego: $\begin{cases} W_{BC} = -6P_iV_i = -13628{,}2\ J \\ W_{DA} = 2P_iV_i = 4542{,}7\ J \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} W_{ciclo} = -9085{,}4\ J \\ Q_{ciclo} = 9085{,}4\ J \end{array}}$

d. si el ciclo se invierte, lo que eran expansiones van a ser contracciones y viceversa, de modo que:

$$\left.\begin{array}{l} W_{BC} = 6P_iV_i \\ W_{DA} = -2P_iV_i \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{W_{ciclo} = 4P_iV_i \Rightarrow Q_{ciclo} = -4P_iV_i}$$

Problema 3



Como la parcela se eleva adiobáticamente, entonces $PV^{\gamma} = cte$

Usando ec. de estado del GI

$PV = nRT$

$\Rightarrow \boxed{V = \frac{nRT}{P}}$

$$\Rightarrow P\left(\frac{nRT}{P}\right)^{\gamma} = cte \Rightarrow P^{1-\gamma}T^{\gamma} = cte$$

(nR es cte, de forma que están dentro de la nueva cte)

Si tomamos como puntos para evaluar cuando la parcela está en $P_i = 100kPa$ y en $P_f = 50kPa$

$$\Rightarrow P_i^{1-\gamma}T_i^{\gamma} = P_f^{1-\gamma}T_f^{\gamma} \Rightarrow T_f = T_i\left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Recordar que como T proviene de ec. de estado, se evalúa en K.

$$T_f = 293K\left(\frac{100kPa}{50kPa}\right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} = 293K(2)^{\frac{-0,4}{1,4}} = 293K\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0,4}{1,4}}$$

$\boxed{T_f \simeq 240,4K}$ La temperatura disminuyó. Esto es debido a que la parcela se expande al elevarse. Para poder expandirse tiene que realizar trabajo, y esto lo hace a expensas de su energía interna. Como $E_{int} \propto T$ para un GI, la temperatura disminuye.

b. $E_{int} = \frac{5}{2} nRT$ (GI diatómico. Observa que estamos usando $\gamma = 1,4$)

Como tenemos $n = 2$ mol $\Rightarrow E_{int} = 5RT$

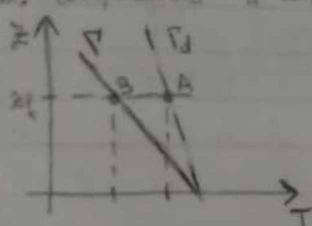
$$\Rightarrow \Delta E_{int} = 5R(T_f - T_i) = 5 \cdot 8,32 \frac{J}{mol\,K}(240,4K - 293K)$$

$\boxed{\Delta E_{int} = -2188,2J}$ La energía interna disminuyó, tal y como mencionamos en a.

c.i Como el cambio en temperatura es debido al proceso adiabático $\Rightarrow -\frac{\Delta T}{\Delta z}$ es la tasa de cambio de temp adiabático. Si además la parcela no satura en Δz $\Rightarrow$

$$\boxed{\Gamma_d = -\frac{\Delta T}{\Delta z}} = -\frac{(-32,6°C - 20°C)}{(5300m - 100m)} \simeq \boxed{10°C/km}$$

ii. Comparamos Γ_d con $\Gamma = 12,1°C/km$



Hasta un mismo z_f, la temp de la parcela disminuye menos que la del ambiente.

$\Rightarrow T_A > T_B \Rightarrow \rho_A < \rho_B$

Luego la parcela seguirá ascendiendo. La atmósfera es inestable.