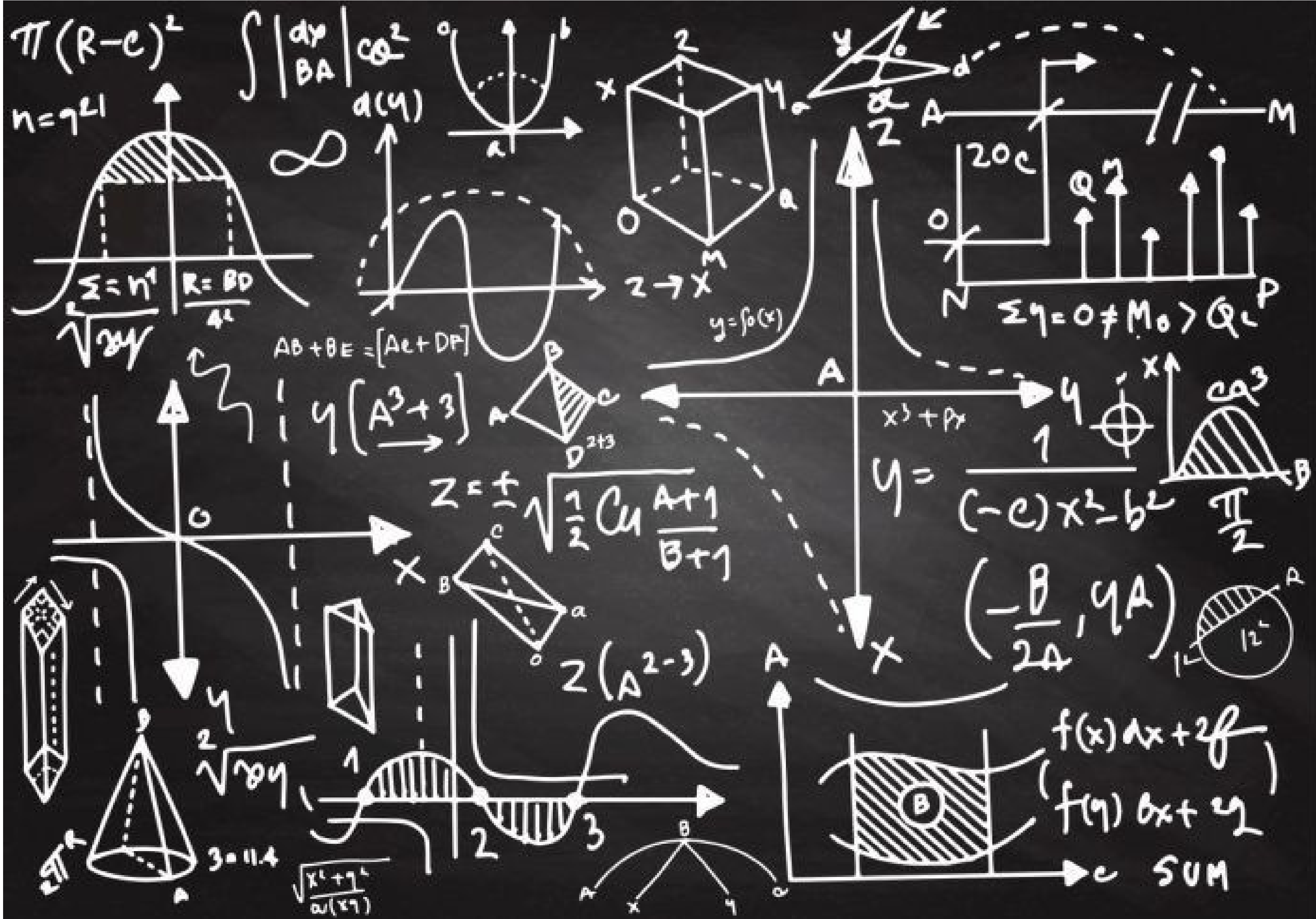
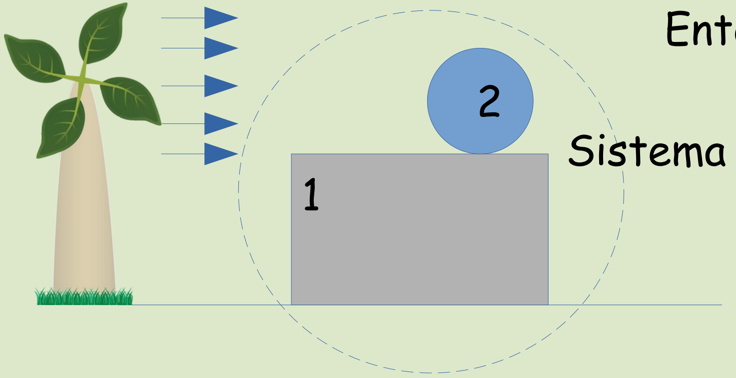
Dinámica : Leyes de Newton

Curso:
Introducción a la Meteorología 2020

Profesor:
Nicolás Díaz Negrín



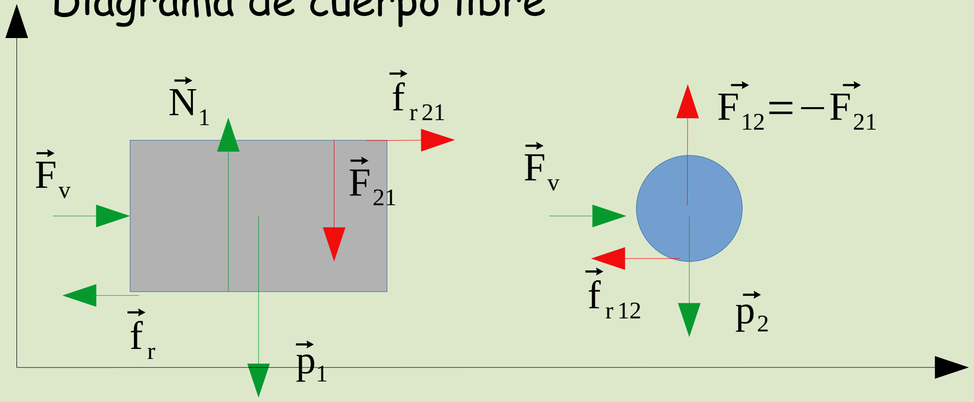
Partículas en Equilibrio Estático



Por la primer ley de Newton, si el sistema está en reposo visto de un referencia inercial, la fuerza neta debe ser cero.

Identificamos fuerzas: 1. internas
2. externas

Diagrama de cuerpo libre

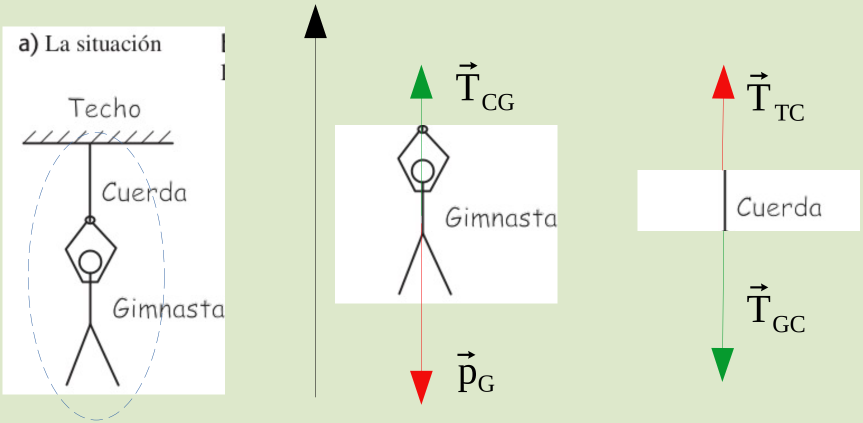


Observación: los únicos pares de acción y reacción que aparecen corresponde a la interacción entre los cuerpos 1 y 2.

Equilibrio: $\begin{cases} \vec{F}_{n1}=0 \\ \vec{F}_{n2}=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{F}_{n1x}=0, & \vec{F}_{n1y}=0 \\ \vec{F}_{n2x}=0, & \vec{F}_{n2y}=0 \end{cases}$

Ejemplo 1: equilibrio estático

Una gimnasta de masa 50.0kg se cuelga del extremo inferior de una cuerda colgante. Si el sistema está en equilibrio, ¿cuál es la tensión de la cuerda sobre la gimnasta?. ¿Cuál es la fuerza ejercida en el extremo superior de la cuerda?.



Equilibrio para Gimnasta:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{T}_{CG}+\vec{p}_G=\vec{0} \\ \vec{T}_{CG}=T_{CG}\,\hat{j} \\ \vec{p}_G=-p_G\,\hat{j} \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{c} (T_{CG}-p_G)\,\hat{j}=\vec{0} \\ \boxed{T_{CG}=p_G} \end{array}$$

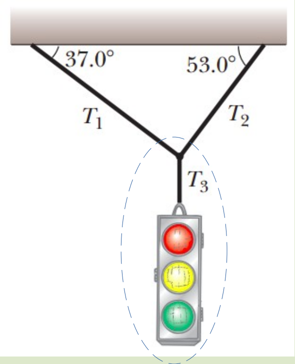
Equilibrio para Cuerda:

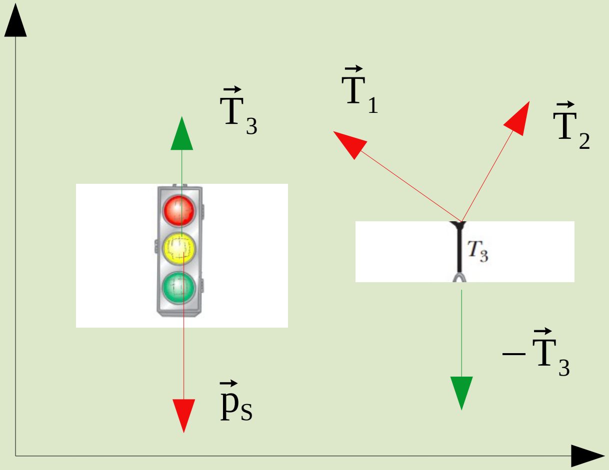
$$\left.\begin{array}{l} \vec{T}_{TC}+\vec{T}_{GC}=\vec{0} \\ \vec{T}_{TC}=T_{TC}\,\hat{j} \\ \vec{T}_{GC}=-T_{GC}\,\hat{j} \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{c} (T_{TC}-T_{GC})\,\hat{j}=\vec{0} \\ \boxed{T_{TC}=T_{GC}} \end{array}$$

$$\boxed{T_{TC}=p_G}$$

Ejemplo 2: equilibrio estático

Un semáforo que pesa 122N cuelga de un cable unido a otros dos cables sostenidos a un soporte como en la figura. Estos cables no son tan fuertes como el cable vertical, y se romperán si la tensión en ellos supera los 100N. ¿Se rompe alguno de los cables?.





Equilibrio para Semáforo:

$$T_3 - p_S = 0 \longrightarrow T_3 = p_S$$

Equilibrio para Cuerda:

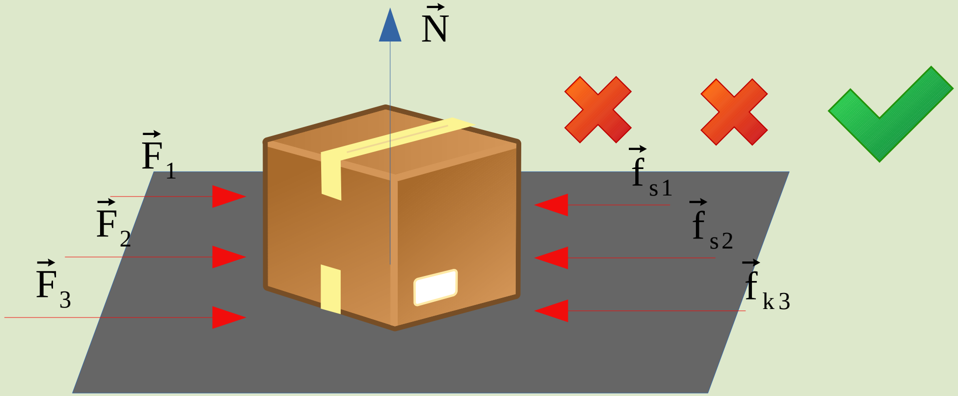
$$\left.\begin{aligned} \hat{x}&: T_2\cos(53°) - T_1\cos(37°) = 0 \\ \hat{y}&: T_2\,\mathrm{sen}(53°) + T_1\,\mathrm{sen}(37°) - T_3 = 0 \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$

$$T_2 = \frac{T_1\cos(37°)}{\cos(53)} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} T_1 &= 73.4\,\mathrm{N} \\ T_2 &= 97.4\,\mathrm{N} \end{aligned}}$$

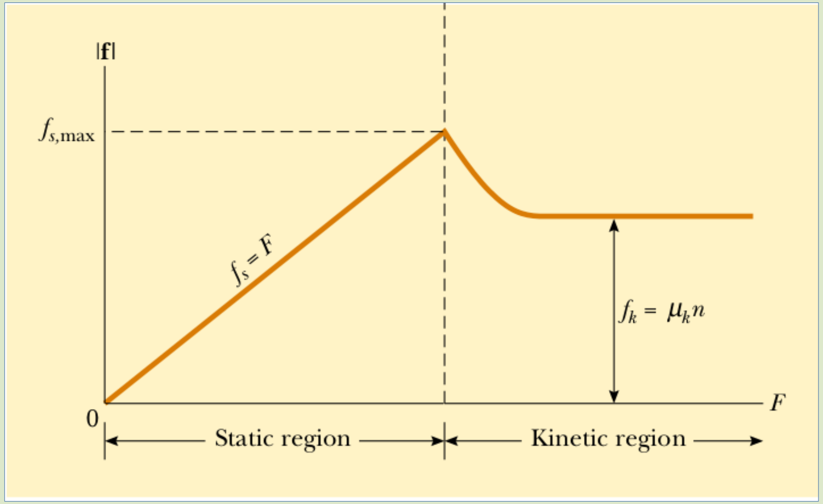
Supongan que el ángulo es el mismo para los cables inclinados. ¿Cuál es en ese caso la relación entre T1 y T2?. ¿Cuánto valen?

Fuerzas de Fricción

Fuerza que describe la interacción de dos objetos en contacto, donde uno se mueve relativo al otro (o pretende moverse).



La fuerza de rozamiento tiene dos regímenes: uno cuando no hay movimiento (fuerza de rozamiento estática) y otro cuando sí hay movimiento (fuerza de rozamiento cinética)



Fuerza de rozamiento estática:

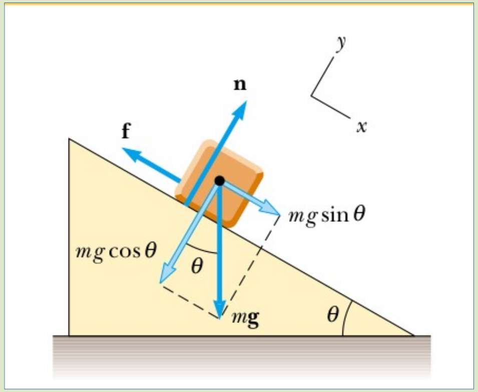
$$f_s \leq \mu_s N$$

Fuerza de rozamiento cinética:

$$f_k = \mu_k N$$

Ejemplo 1: fricción y equilibrio estático

Se coloca un bloque sobre una superficie rugosa, inclinada, la cual puede modificar su ángulo. Se aumenta el ángulo hasta que el bloque comienza a moverse. Muestre que midiendo dicho ángulo, se puede obtener el coeficiente de rozamiento estático.



Conceptualmente: al ir aumentando el ángulo, crece la componente paralela a la superficie, y si el bloque se mantiene quieto, crece también la fuerza de roz estática.

Planteamos Newton para un ángulo θ cualquiera, para el cual el sistema todavía está en equilibrio.

En el eje $\hat{y}$:

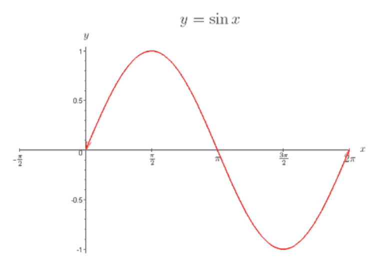
$$n - mg\cos(\theta) = 0 \longrightarrow \boxed{n = mg\cos(\theta)}$$

En el eje $\hat{x}$:

$$mg\,\mathrm{sen}(\theta) - f_s = 0 \longrightarrow \boxed{f_s = mg\,\mathrm{sen}(\theta)}$$

$$f_s \le \mu_s n$$

$$mg\,\mathrm{sen}(\theta) \le \mu_s n$$



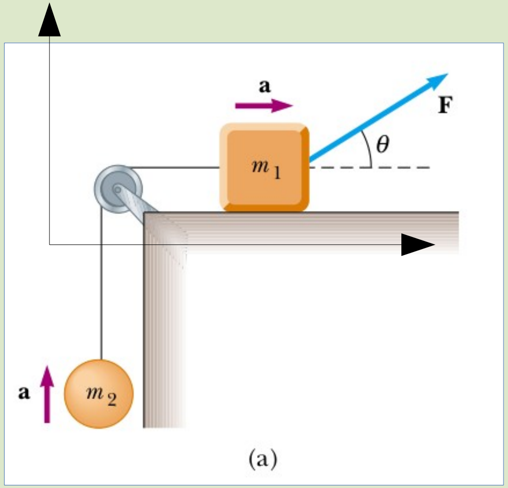
$$mg\,\mathrm{sen}(\theta_c) = \mu_s n$$

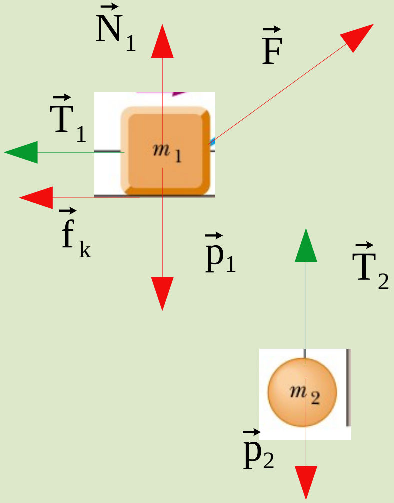
$$\cancel{mg}\,\mathrm{sen}(\theta_c) = \mu_s \cancel{mg}\cos(\theta_c)$$

$$\boxed{\mu_s = \tan(\theta_c)}$$

Ejemplo 2: fricción en movimiento

Un bloque de masa m1 se encuentra sobre una superficie rugosa, y está conectado por una cuerda mediante una roldana sin masa y sin fricción, a una bola de masa m2 que cuelga. Se aplica una fuerza F sobre m1. El coeficiente de rozamiento entre m1 y la superficie es μk. Encuentre la aceleración del sistema.





Newton sobre m2:

En el eje $\hat{y}$:

$$T - m_2 g = m_2 a$$

$$\boxed{T = m_2 (a+g)}$$

Newton sobre m1:

En el eje $\hat{y}$:

$$N_1 + F\,\mathrm{sen}(\theta) - m_1 g = 0$$

En el eje $\hat{x}$:

$$F\cos(\theta) - T - f_k = m_1 a$$

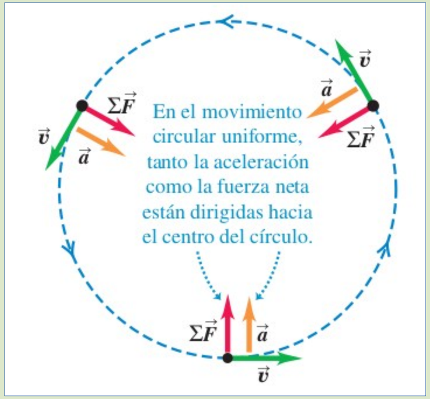
$$\boxed{F\cos(\theta) - T - \mu_k\left(m_1 g - F\,\mathrm{sen}(\theta)\right) = m_1 a}$$

$$F\cos(\theta) - m_2(a+g) - \mu_k\left(m_1 g - F\,\mathrm{sen}(\theta)\right) = m_1 a$$

$$F\cos(\theta) - m_2 g - \mu_k\left(m_1 g - F\,\mathrm{sen}(\theta)\right) = m_1 a + m_2 a$$

$$\boxed{a = \frac{F\left(\cos(\theta) + \mu_k\,\mathrm{sen}(\theta)\right) - g\left(m_2 + \mu_k m_1\right)}{m_1 + m_2}}$$

Dinámica del Movimiento Circular Uniforme



MCU: $\rightarrow$ $r = cte$
$v = cte$

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{r}}$$ Aceleración Centrípeta

Parados en un sistema inercial, la segunda ley de Newton nos dice que tiene que existir una fuerza neta.

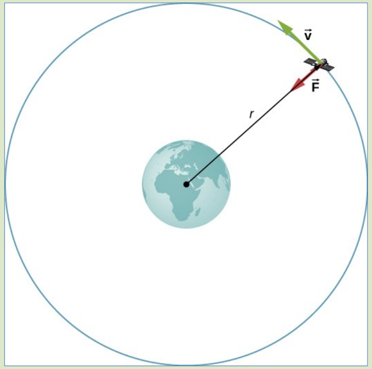
$$\vec{F}_{cp} = \sum \vec{F}$$

$\rightarrow$ Dirección radial y sentido entrante.

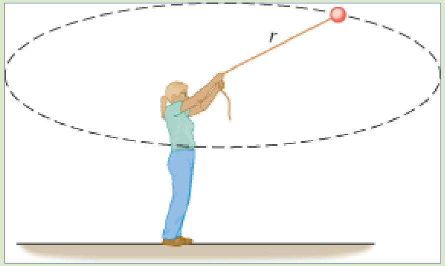
$\rightarrow$ Módulo Constante: $\boxed{F_{cp} = m\frac{v^2}{r}}$

Observación:

La fuerza neta como tal, no describe una interacción específica (es la suma de todas las interacciones que contribuyen radialmente).



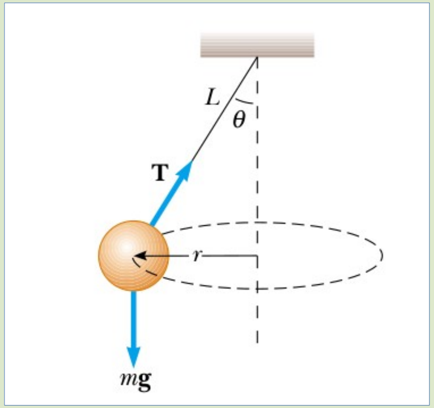
$\rightarrow$ Fuerza gravitatoria actuando como centrípeta.

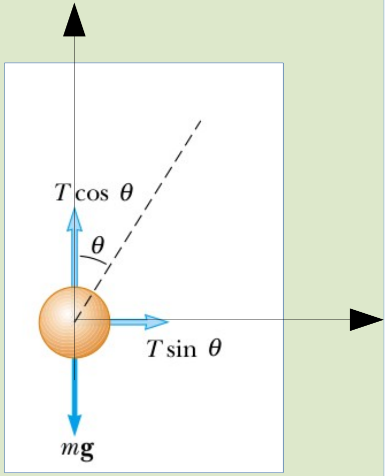


Tensión actuando como centrípeta. $\leftarrow$

Ejemplo 1: péndulo cónico

Un objeto de masa m se cuelga de un hilo de largo L. El objeto se mueve en un círculo horizontal de radio r con rapidez constante v. Encuentre como varía la rapidez con los parámetros L, θ y g.





En el eje vertical:

$$T\cos(\theta)-mg=0$$

$$T\cos(\theta)=mg$$

En el eje radial:

$$T\,\mathrm{sen}(\theta)=m\frac{v^2}{r}$$

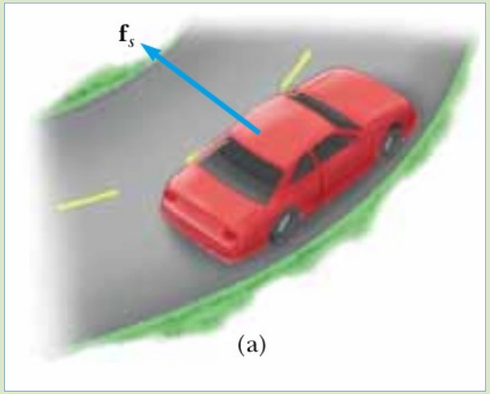
Actúa como Fcp

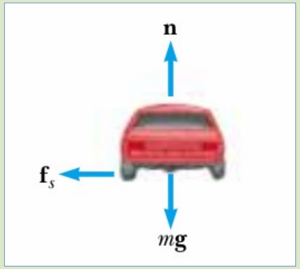
$$\frac{\cancel{T}\,\mathrm{sen}(\theta)}{\cancel{T}\cos(\theta)}=\frac{\cancel{m}\,v^2}{\cancel{m}gr} \longrightarrow \tan(\theta)=\frac{v^2}{gr}$$

$$\left.\begin{aligned} v&=\sqrt{\tan(\theta)\,g\,r} \\ r&=L\,\mathrm{sen}(\theta)\end{aligned}\right\} \longrightarrow \boxed{v=\sqrt{L\,g\tan(\theta)\,\mathrm{sen}(\theta)}}$$

Ejemplo 2: vel máxima en curva

Un auto de 1500kg se mueve sobre una superficie horizontal cuando ingresa a una rotonda con un radio de 35.0m. Si el coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y la calle es de 0.5, determine cuál es la velocidad máxima con la que el auto puede tomar la rotonda.





Análisis:

Quién actúa en este caso como fuerza centrípeta es la fuerza de rozamiento estático.

En el eje y:

$$n = mg$$

En el eje radial:

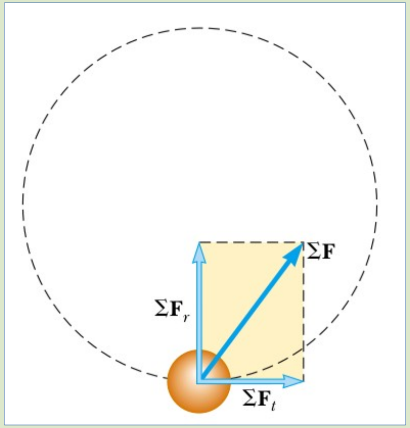
$$f_s = m\frac{v^2}{r}$$

$$f_s \leq \mu_s n$$

$$m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s mg \longrightarrow v \leq \sqrt{\mu_s r g}$$

$$\boxed{v_{max} = \sqrt{\mu_s r g}}$$

Dinámica del Movimiento Circular No Uniforme



MCNU: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$

$a_{tg} = \frac{dv}{dt}$

Parados en un sistema inercial, la segunda ley de Newton nos dice que tiene que existir una fuerza neta.

$$\vec{F}_{cp} = \sum \vec{F}$$

Componente radial y componente tangencial.

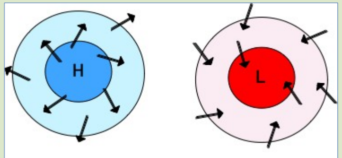
$$\boxed{F_{cp} = m\frac{v^2}{r}} \qquad \boxed{F_{tg} = m\frac{dv}{dt}}$$

Observación:

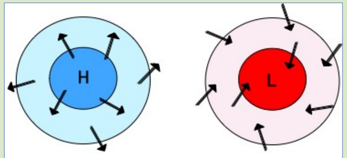
Si tenemos una fuerza tangencial de módulo constante, la rapidez va a ir aumentando/disminuyendo. Esto implica que:

1. La fuerza centrípeta tiene que aumentar/disminuir para mantener la trayectoria circular.

2. El radio de la trayectoria tiene que aumentar/disminuir para mantener la fuerza centrípeta constante.



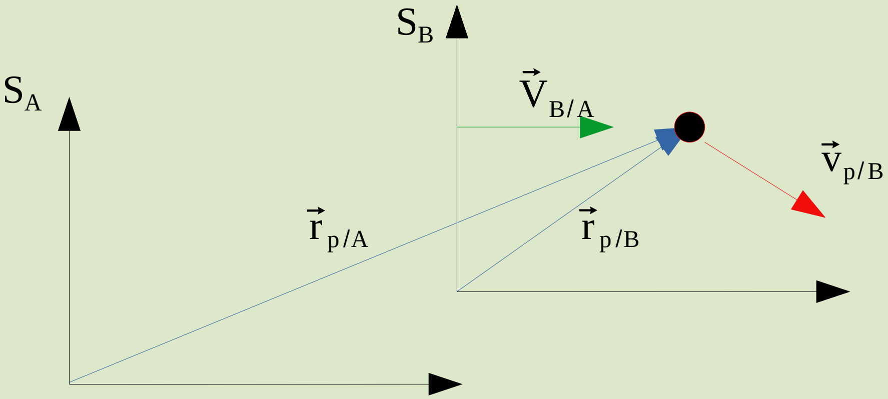
Northern Hemisphere Surface Circulation



Southern Hemisphere Surface Circulation

Sistemas No Inerciales

Las leyes de Newton son válidas en sistemas inerciales. ¿Qué pasa cuando intentamos aplicarlas en sistemas que están acelerados?



$$\vec{r}_{p/A} = \vec{r}_{p/B} + \vec{r}_{B/A}$$

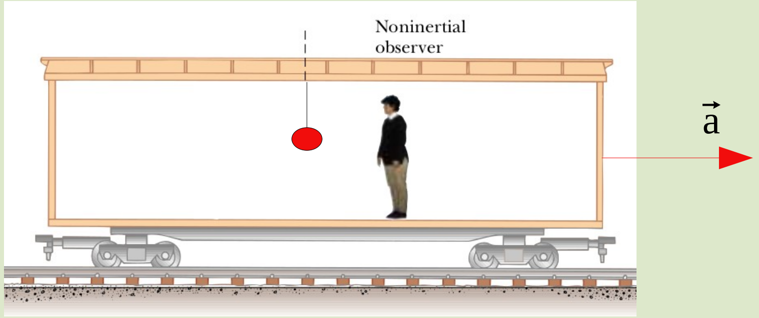
$$\vec{v}_{p/A} = \vec{v}_{p/B} + \vec{v}_{B/A}$$

$$\boxed{\vec{a}_{p/A} = \vec{a}_{p/B}}$$

Aplicando la segunda ley de Newton:

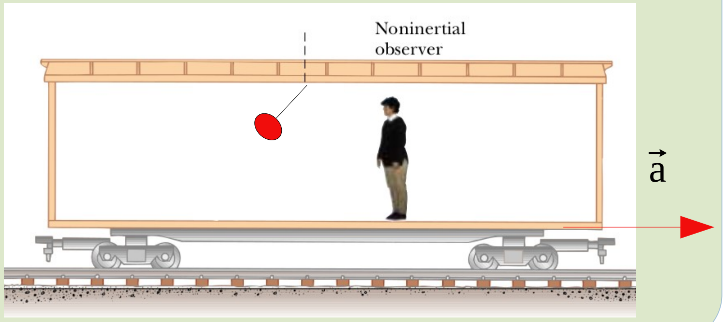
$$\boxed{\vec{F}_{p/A} = \vec{F}_{p/B}}$$

¿Qué pasa en un sistema acelerado?. ¿Se observa la misma aceleración desde uno y otro sistema?



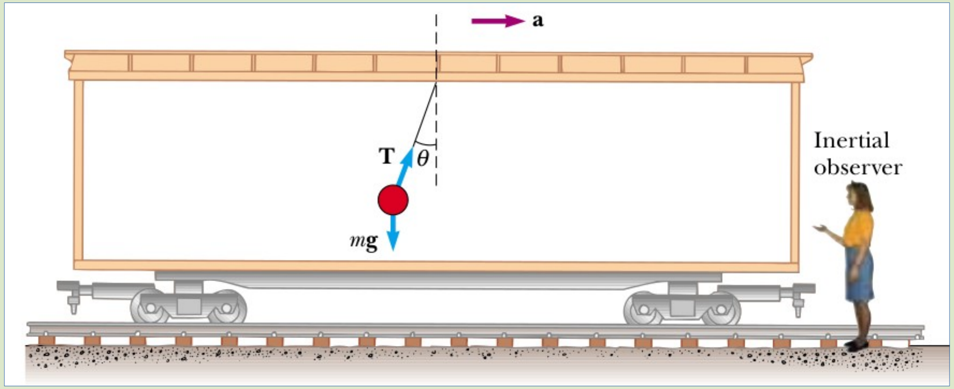
$$\boxed{\vec{F}_{p/A} = \vec{F}_{p/B} + \vec{F}_{Fic}}$$

$$\vec{a}_{p/A} = \vec{a}_{p/B} + \vec{a}_{B/A}$$



Ejemplo 1: Tren acelerado

Sistema Inercial: ve que el objeto tiene la misma aceleración que el tren.

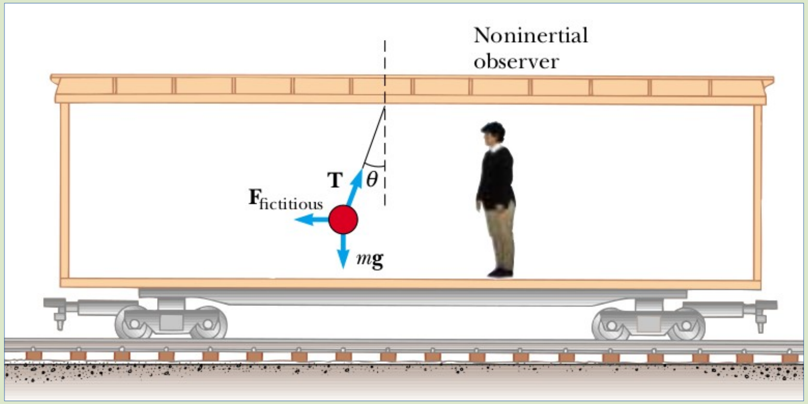


Plantea Newton:

$$\begin{cases} \hat{y}: \; T\cos(\theta) = mg \\ T\,\mathrm{sen}(\theta) = m\,a \end{cases}$$

¡Hay una fuerza real que explica la aceleración de la partícula!

Sistema No Inercial: ve que el objeto tiene está quieto (en equilibrio) respecto a él.



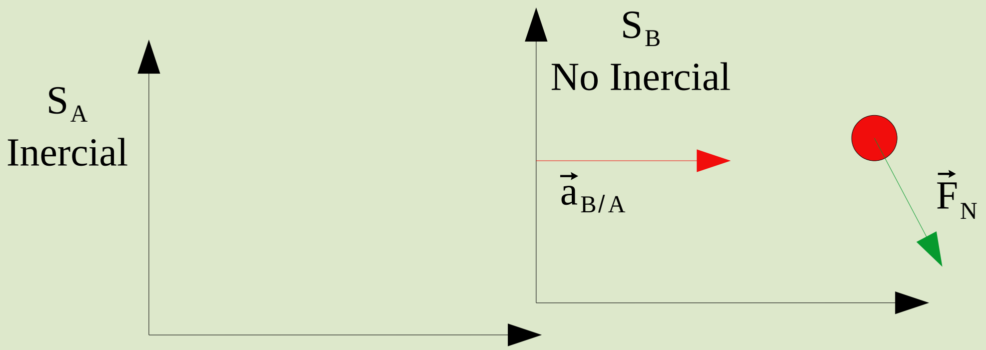
Plantea Newton:

$$\begin{cases} \hat{y}: \; T\cos(\theta) = mg \\ T\,\mathrm{sen}(\theta) - F_{fic} = 0 \end{cases}$$

Tiene que "inventar" una fuerza, para que la partícula esté en equilibrio.

Fuerzas Ficticias

Relación entre aceleraciones: $\vec{a}_{p/A} = \vec{a}_{p/B} + \vec{a}_{B/A}$



Como SA es inercial puede plantear Newton:

$$\vec{F}_N = m\,\vec{a}_{p/A}$$

Si SB quisiera plantear Newton:

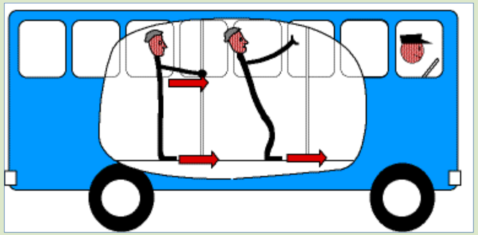
$$\vec{F}'_N = m\,\vec{a}_{p/B}$$

$$\vec{F}_N = \vec{F}'_N + \vec{F}_{fic} \longrightarrow \boxed{\vec{F}_{fic} = m\,\vec{a}_{B/A}}$$

Las fuerzas ficticias son producto de la aceleración relativa entre los sistemas de referencia.

No pueden asociarse a una interacción entre dos objetos (en particular, no verifican la tercera ley).

Sus efectos son reales.



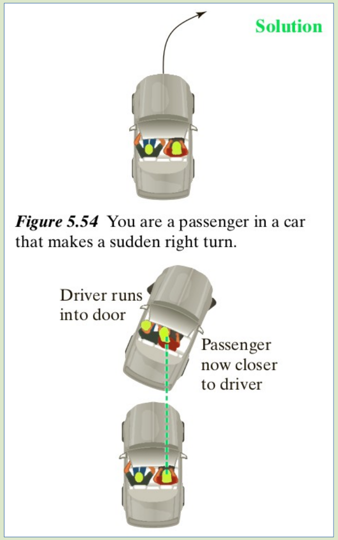
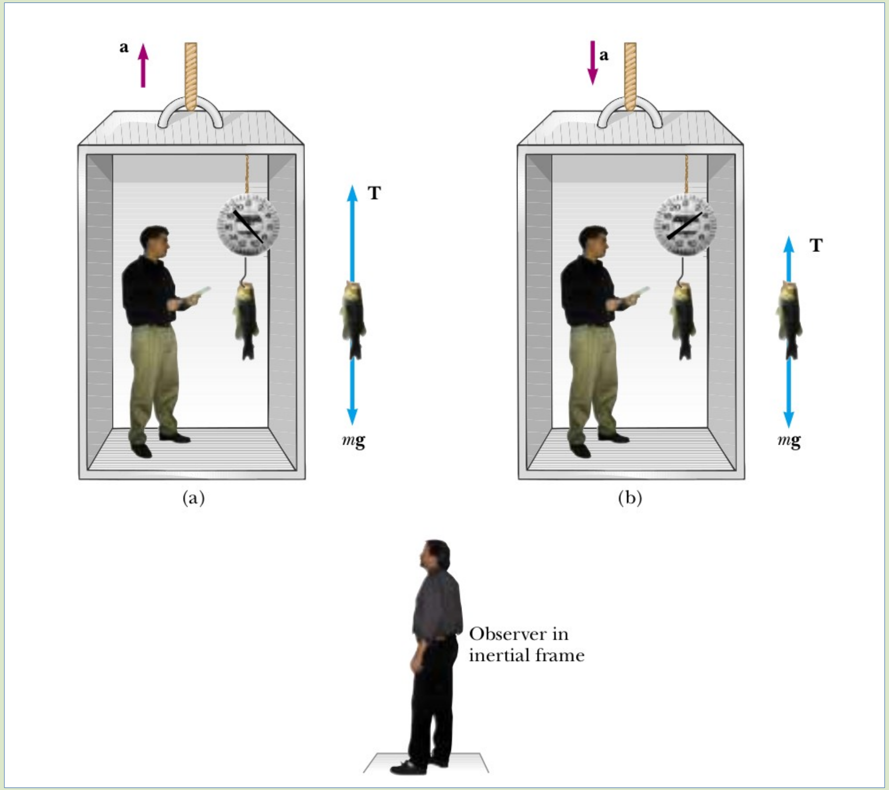


Figure 5.54 You are a passenger in a car that makes a sudden right turn.

Ejemplo: Balanza en un Ascensor



¿Cómo funciona la balanza?.

Se mide la tensión, y se divide entre g para obtener la masa.

Supongamos que el ascensor acelera hacia abajo. ¿Qué masa mide el observador en el ascensor?.

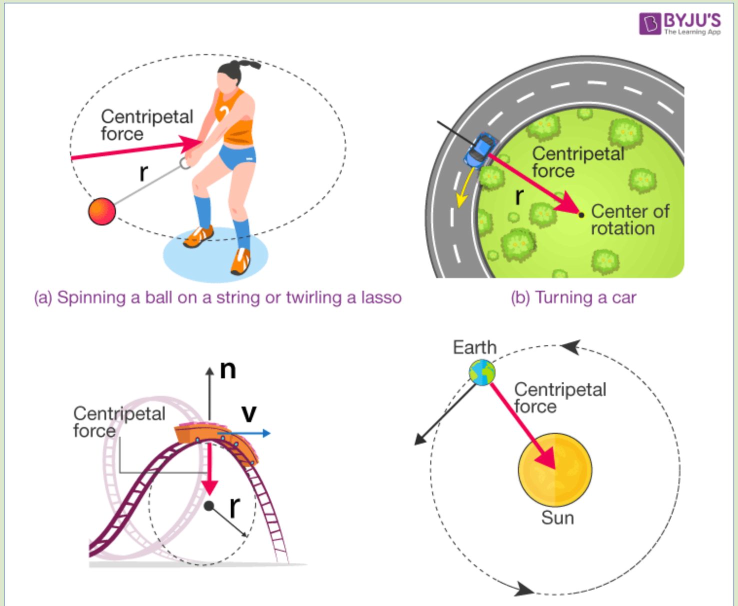
$$F_{fic} = m\,a$$

$$\left.\begin{array}{l} T + F_{fic} - mg = 0 \\ F_{fic} = m\,a \end{array}\right\} \longrightarrow T = m(g-a)$$

$$\boxed{m' = m\left(1 - \frac{a}{g}\right) < m} \qquad m' = \frac{T}{g} = m\left(\frac{g-a}{g}\right)$$

Fuerzas en Sistemas que Rotan: Centrífuga

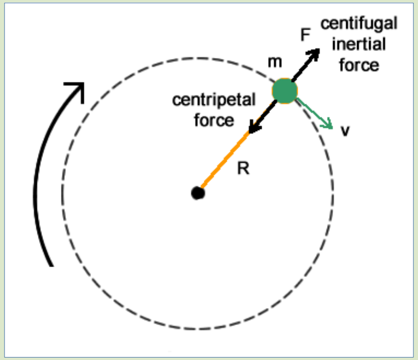
Supongamos un MCU.



(a) Spinning a ball on a string or twirling a lasso
(b) Turning a car
(c) Going through a loop on a roller coaster
(d) Planets orbiting around the Sun

Desde un sistema inercial: $F_N = F_{cp} = m\frac{v^2}{r}$

Desde el sistema no inercial, el objeto está en reposo respecto al observador.

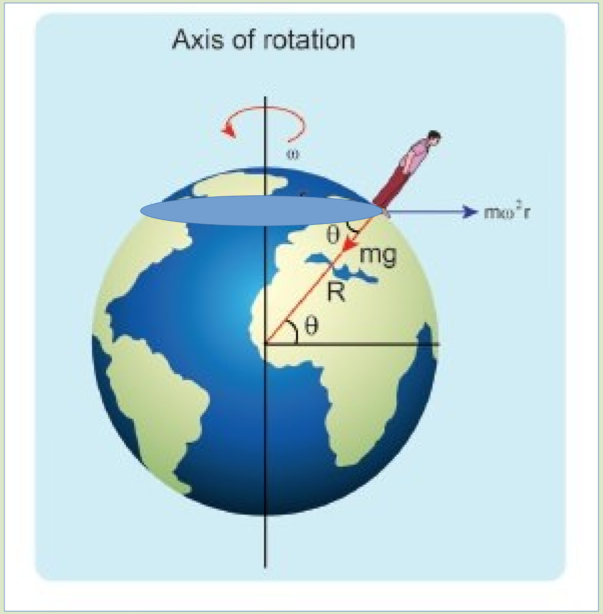


El sistema no inercial tiene que inventar una fuerza ficticia para que la partícula tenga, desde su punto de vista, aceleración nula.

$$\vec{F}_{cp} + \vec{F}_{fic} = 0 \longrightarrow \vec{F}_{fic} = -\vec{F}_{cp}$$

$$\boxed{|\vec{F}_{cf}| = m\frac{v^2}{r}}$$

Fuerza Centrífuga en la Tierra



Un objeto quieto en la superficie de la Tierra, realiza un MCU respecto a un observador inercial, mientras que para el no inercial está en equilibrio.

$$|\vec{F}_{cf}| = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = R\cos(\theta)$$
$$v = \omega r$$

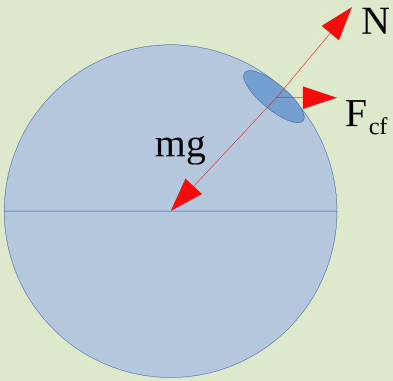
$$v = \omega R\cos(\theta) \longrightarrow \boxed{|\vec{F}_{cf}| = m\,\omega^2 R\cos(\theta)}$$

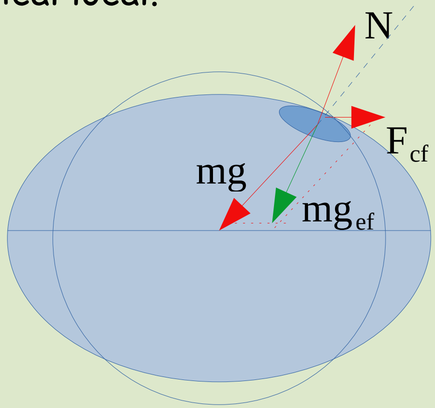
Observaciones:

1. La Fcf es máxima en el Ecuador: $|\vec{F}_{cf}| = m\,\omega^2 R$

2. La Fcf es mínima en el polo: $|\vec{F}_{cf}| = 0$

3. Fcf y mg, definen la vertical local.





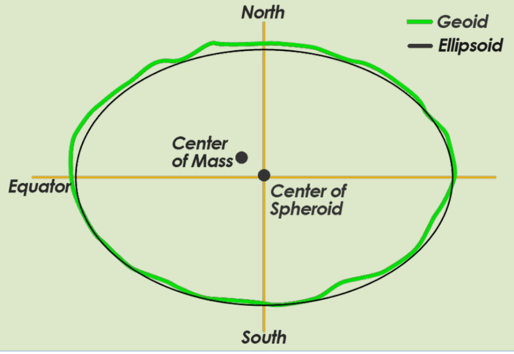
https://youtu.be/Tctr8CIMOZA

Cálculos de aceleración local

Observaciones:

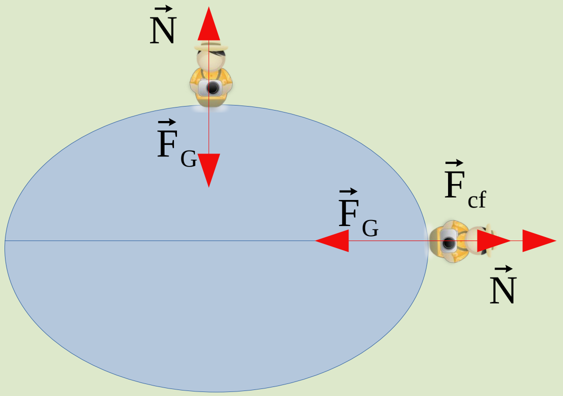
1. La superficie con forma de esferoide achatado, vamos a ver que corresponde a una superficie de energía potencial constante.

2. En regiones donde hay desviaciones respecto a esta superficie, hay desbalance de fuerzas y por lo tanto movimientos. Ej: causes de agua, desplazamaientos de tierra, etc.



Aceleración de la gravedad efectiva:

$$\begin{cases} R_{T,p} = 6357\,\text{km} \\ R_{T,ec} = 6378\,\text{km} \\ M_T = 5{,}972 \times 10^{24}\,\text{kg} \end{cases}$$



¿Cómo medimos gef?. Similar a como hicimos con la balanza. Medimos N, y dividimos entre la masa del objeto.

En el polo: $N - \dfrac{G\,m\,M_T}{R_{Tp}^2} = 0 \rightarrow g_{ef,p} = \dfrac{N}{m} = G\dfrac{M_T}{R_{T,p}^2}$

$9{,}86\,m/s^2$

En el Ecuador: $N + m\,\omega^2 R_{T,ec} - \dfrac{G\,m\,M_T}{R_{Tp}^2} = 0 \rightarrow$

$g_{ef,ec} \approx 9.76\,m/s^2$

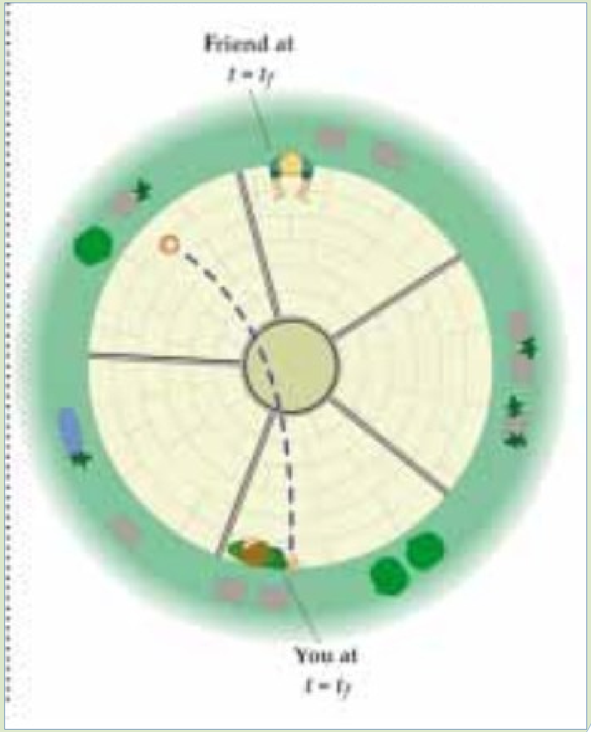
Fuerzas en Sistemas que Rotan: Coriolis

Desde el Sistema Inercial:

Desde el instante en que se tira la pelota, no actúan fuerzas horizontales sobre ella. Entonces, desde el sist. Inercial, y aplicando la primera ley de Newton, la pelota sigue una trayectoria recta con velocidad constante.

Desde el No Sistema Inercial:

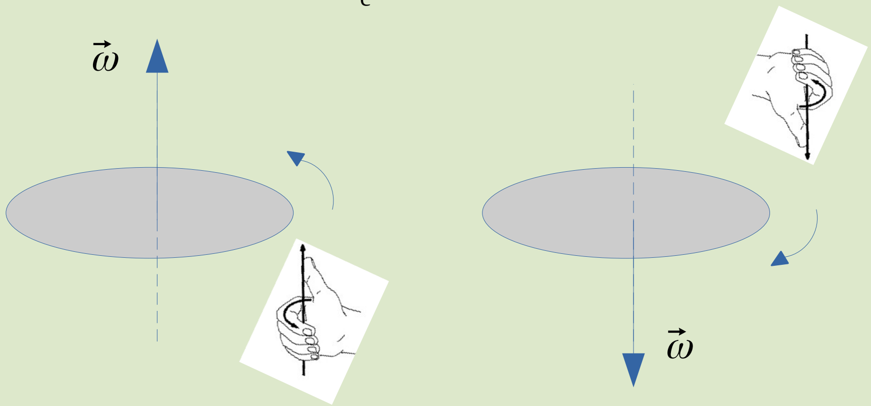
Desde el instante en que se tira la pelota, hasta que un tiempo posterior, los observadores se movieron. Desde su punto de vista, fue la pelota la que se movió trazando una trayectoria curvilinea.



https://youtu.be/dt_XJp77-mk

Fuerza de Coriolis

Fuerza de Coriolis: $\vec{F}_c = -2m\,\vec{\omega} \times \vec{v}$

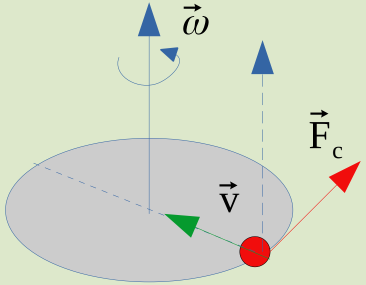


Vector velocidad angular:
- Dirección según eje de giro.
- Sentido, regla de la mano derecha.

Observación:

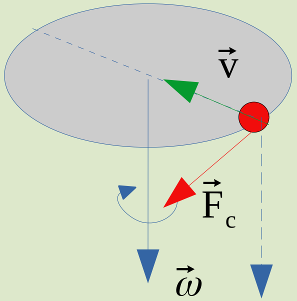
1. La fuerza de Coriolis es perpendicular al plano formado por $\vec{\omega}$ y $\vec{v}$

2. Sólo puede desviar a la partícula, no cambiar su rapidez.



Equivalente a HN

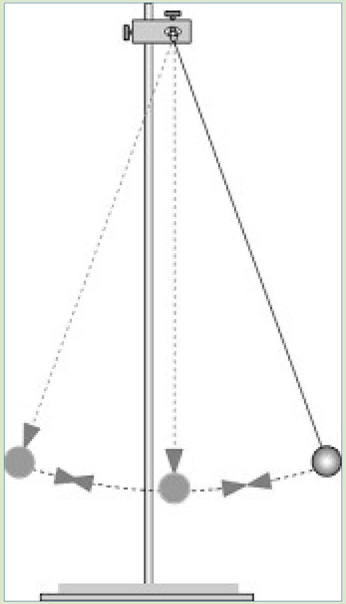
Equivalente a HS

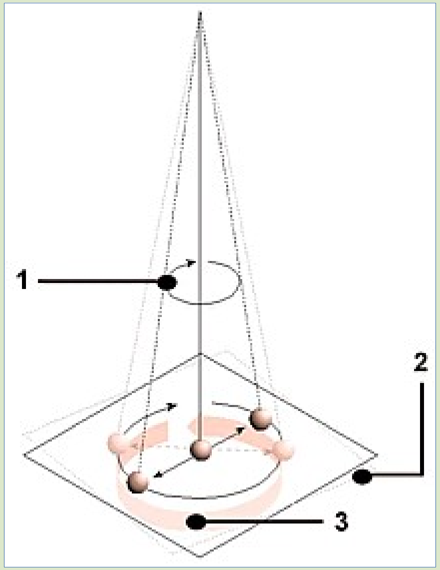


Fuerza de Coriolis: ejemplos

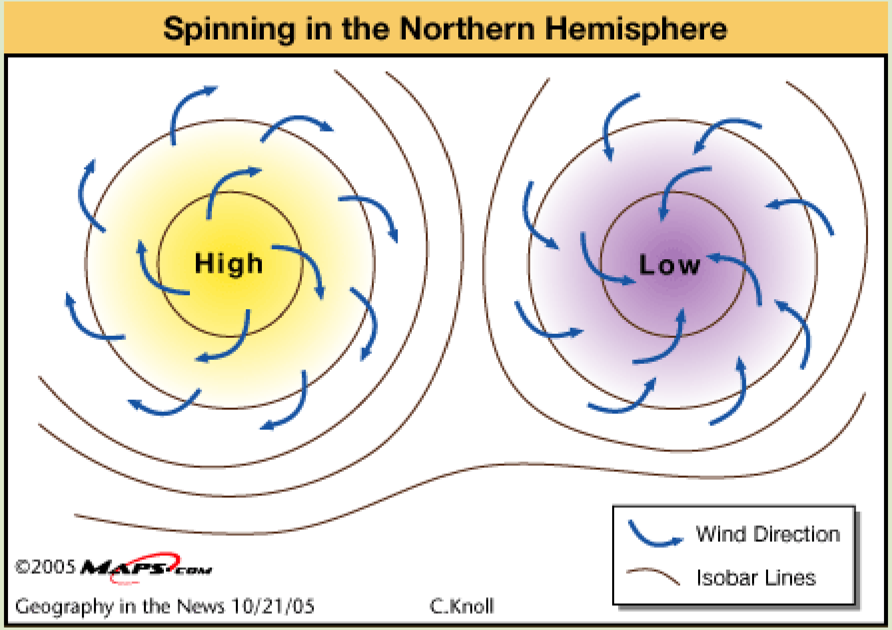
Péndulo de Foucault: péndulo de grandes dimensiones

https://youtu.be/vNAMBzIBNZ8





Movimiento de grandes masas de aire.



Referencias

[1] Fisica para Ciencias e Ingerniería, Serway. Cap.5 y Cap.6, secciones 1-3

[2] Física Universitaria, Sears y Zemansky, Cap. 5, secciones 1-4