

Opcional licenciatura y posgrado en física

Profesor: Michael Reisenberger

Teóricos:

- lunes 16:00 - 18:00

- jueves 15:00 - 17:00

Prácticos:

vienen 17:00 - 19:00

Esquema de evaluación: Curso: 2 parciales de 50 puntos cada uno  
derecho a examen  $\geq 30$  puntos total  
exoneración de parte escrita  $\geq 65$  puntos

Examen: escrito + oral

- para posgrado salvar curso también requiere una monografía de aprox 10 páginas sobre tema a convenir con Profesor
- monografía vale 30 puntos y parciales 35 c/u en este caso.

### Temario

1. Principio de Equivalencia
2. Relatividad especial
3. Geometría
4. Ecuaciones de campo de Relatividad General
5. Pruebas observacionales clásicas
6. Cosmología
7. Ondas gravitacionales
8. Agujeros negros

Libro: Gravity. An introduction to Einstein's General Relativity. J.B. Hartle, 2003

Otros: General Relativity. R.M. Wald, 1984

Gravitation Misner, Thorne, Wheeler, 1973

Spacetime Physics Taylor, Wheeler, segunda edición, 1992

Gravedad Newtoniana

Hartle 3.3

- Newton 1687

1. Un cuerpo puntual de masa  $m_1$  atrae a cualquier otro cuerpo puntual de masa  $m_2$  con una fuerza  $F_{12} = \frac{G m_1 m_2}{r_{12}^2}$

- $r_{12}$  = la distancia entre 1 y 2
- $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  = "constante de Newton"
- medido por primera vez por Henry Cavendish 1798
- Estimado bastante bien por Newton a partir de una estimación de la densidad de la Tierra.

2. La fuerza gravitacional sobre un cuerpo puntual es la suma vectorial de las atracciones gravitatorias de todos otros puntos de masa.

- Nota que la Ley de Gravedad de Newton es análogo a la Ley de Coulomb. Por lo tanto la fuerza de gravedad, como la fuerza electrostática, se puede obtener de un potencial:

$$\vec{F} = - m \nabla \phi$$

que satisface la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \quad \rho = \text{densidad de masa}$$

-  $\phi$  = potencial gravitatorio =  $\frac{\text{energía potencial gravitatorio}}{\text{masa de partícula de prueba}}$

- "campo gravitatorio" =  $-\nabla \phi$   
=  $\vec{F}/m = \vec{g}$  = aceleración gravitatorio

- Fuerza de gravedad es muy débil: Para un par de protones Hartle Cap. 4

$$\frac{\text{Fuerza gravitatoria}}{\text{Fuerza eléctrica}} \sim 10^{-36}$$

- Pero domina estructura del Universo a gran escala porque materia se agrupa en cuerpos que tienen carga neta cero para las otras fuerzas (0 carga eléctrica, 0 color, ...) mientras la carga gravitacional, la masa, de cada cuerpo es positiva. Así no hay apantallamiento de gravedad por cancelación de cargas

- Nota: La carga de gravedad es masa en la teoría de Newton. En la teoría de Einstein es 4-momento, pero sigue siendo verdad que el componente tiempo de este vector es siempre positivo.

Hartle 2.1, 3.4  
6.1

- Sin embargo hay una suerte de apantallamiento: el Principio de Equivalencia

Porque la carga gravitatoria es igual a la masa inercial  $m$ . cada cuerpo puesto en el mismo campo experimenta la misma aceleración  $\frac{F_{\text{grav}}}{m} = \vec{g}$ .

- el hecho que la aceleración no depende de la masa fue observado experimentalmente por muchas personas

- Johannes Philponus ~ 530 A.D. — contradiciendo Aristoteles
- Simo Stevin ~ 1586
- Galileo Galilei ~ 1610

y por otros que no depende de la composición del cuerpo

Newton, 1687

- Luego se ha verificado con creciente precisión. Mediciones con una balanza de torsion de 1987 indican que  $\left| \frac{m_{\text{grav pasivo}}}{m_{\text{inercial}}} - 1 \right| < 2 \times 10^{-13}$  para materiales probados.

- masa grav pasiva es la masa que aparece en  $\vec{F} = -m \nabla \phi$ . La masa gravitacional pasiva determina cuan fuertemente la gravedad actúa sobre el cuerpo

- masa inercial es la masa inercial, que aparece en la segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

- también existe la masa gravitacional activa que determina cuan fuerte es el campo gravitatorio producido por el cuerpo. Aparece en

$$\phi = \frac{Gm}{r}$$

- No solo todas masas puntuales experimentan la misma aceleración  $\vec{g}$ , pero esta es independiente de la velocidad de las partículas - solo depende de posición. Hartle 3.1  
6.2

⇒ En un referencial solidario con un cuerpo de referencia que cae libremente los demás cuerpos cercanos al cuerpo de referencia tienen aceleración gravitatoria

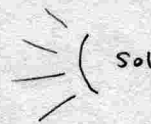
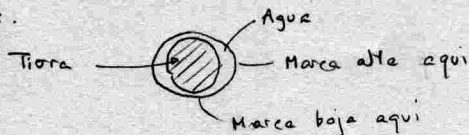
$$\vec{a} = \vec{g}(\vec{r}) - \vec{g}(\vec{r}_{ref}) = 0$$

No sienten gravedad! - Por eso astronautas en órbita flotan en sus naves

sugiere que - La física en la Tierra se puede calcular sin tomar en cuenta gravedad de Sol, Luna, o la Galaxia.

Hartle 2.1.1  
Ejemplo 6.3

- Pero cuando el campo no es uniforme este suceso de apartamiento es solo aproximado porque  $\vec{g}(\vec{r}) - \vec{g}(\vec{r}_{ref}) \neq 0$  para todo  $\vec{r}$ . En la Tierra el hecho que los campos de la Luna y Sol tienen  $\nabla \vec{g} \neq 0$  producen las mareas.



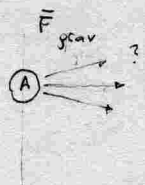
- En relatividad general  $\nabla \vec{g}$  mide la curvatura de espacio-tiempo.

## Einstein y el encargo de Stark

- 1905 Einstein publica la teoría de relatividad (especial)
- 1907 Johannes Stark, redactor del "Anuario de radioactividad y electrónica" invita Einstein a contribuir un artículo sobre relatividad y sus consecuencias.

Stark entonces apoyaba las ideas de Einstein, y fue uno de los pocos físicos que tomaron en serio la hipótesis del fotón. Mas tarde, hecho líder del movimiento de física nazi se convirtió en acerrimo enemigo de Einstein y relatividad.

- Einstein escribe un largo artículo, repasando como las teorías de física se adaptan a su Principio de Relatividad. Había que tratar también la gravedad. La teoría de Newton postula una interacción instantánea. Esto, al menos, había que cambiar ya que cuáles eventos son simultáneos depende del referencial en la relatividad especial de Einstein.



Según Newton

$$\vec{F}_A(t) = -G m_A m_B \frac{\vec{r}_A - \vec{r}_B}{|\vec{r}_A - \vec{r}_B|^3}$$

con  $\vec{r}_A$  y  $\vec{r}_B$  evaluado al "mismo tiempo"  $t$ .

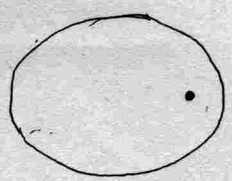
- La teoría de Newton es extraordinariamente exitosa, hasta el día de hoy. Entonces la principal preocupación en formular una teoría relativista de gravedad era retener las predicciones correctas de la teoría Newtoniana, aunque por supuesto uno espera que haya fenómenos nuevos también.

¿Cuán grandes serán los fenómenos gravitacionales relativistas? Hartle Cap 1.

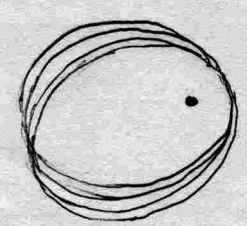
Por ejemplo: ¿cuán grande será la corrección al período de una órbita de radio y excentricidad dada entorno del Sol?

- Esto es relacionado con la precesión del perihelio, un fenómeno importante para la comprobación de relatividad general. Veremos que el período de la distancia Sol-Planeta  $R(t) = |\vec{r}_{\text{planeta}}(t) - \vec{r}_{\odot}(t)|$  recibe una corrección distinta que el período de la dirección Sol-Planeta  $\hat{R}(t) = \frac{\vec{r}_{\text{pl}}(t) - \vec{r}_{\odot}(t)}{R(t)}$ .

Entonces, mientras según Newton un planeta bajo la atracción solo de un sol esféricamente simétrica traza siempre el mismo elipse, en relatividad los perihelios (puntos en el órbita del planeta en que  $R$  es mínimo) cambian de lugar de una órbita a otra.



Orbita Newtoniana  
(Despreciando efecto de otros planetas  
y no sphericidad del sol.)



Orbita relativista.

- Se espera que efectos relativistas son del orden  $\epsilon = \frac{GM}{c^2 R}$ , o  $\epsilon^2, \epsilon^4, \dots$ ,  
donde  $M$  es una masa característica del sistema y  $R$  una distancia característica

¿ Porque?  $\frac{GM}{R}$  es valor característico del potencial Newtoniano  $\Phi$ . Cuando  $\Phi = 0$  no hay efectos gravitatorios. Además  $\Phi$  es energía potencial/masa  
Entonces tiene dimensión velocidad<sup>2</sup> (- es  $v_{\infty}^2/2$  donde  $v_{\infty}$  es la velocidad de escape a  $\infty$ ). Entonces  $\epsilon = \frac{GM}{R} / c^2$  con  $c$  = velocidad de la luz es medida adimensional de efectos gravitacionales relativistas.

- Uno esperaría correcciones al periodo Newtoniano  $P$  de una orbita de orden no mucho mayor a  $\epsilon P$ . (Entonces uno esperaría una precisión del perihelio no mucho mayor a un angulo de  $\epsilon = \frac{GM_{\odot}}{c^2 R_{\oplus}}$  Sol  $\sim 10^{-8}$  por orbita

-  $\frac{GM}{c^2 R}$  es pequeño para todos subsistemas del sistema solar. Mercurio (o nena mala?)

$\Rightarrow$  Minkowski y otros pensaron que casi cualquier extension relativista de la teoría de Newton sería indistinguible de esta con técnicas de  $\sim 1900$ .

*[Faint handwritten notes and diagrams at the bottom of the page, including a small circular diagram.]*

Verse Hartle tabla 3.1

Un ejemplo de una teoría especial relativista de gravedad: Gravedad análogo a electromagnetismo.

- Fue considerada y rechazada por Maxwell, propuesto de nuevo por Oliver Heaviside 1893, y creo que redescubierto por muchos

Ve así:

- La carga gravitacional de una partícula elemental es su masa en reposo
- Ecuaciones de campo son las de Maxwell, pero con fuentes  $\rho$  = densidad de masa de reposo y  $\vec{j}$  = corriente de masa de reposo. Además estas fuentes entran las ecuaciones con signo cambiado. Por este cambio de signo cargas iguales se atraen.

- p.ej.  $\vec{E}_{grav} = \vec{g}$  satisface  $\nabla \cdot \vec{g} = -4\pi G\rho$

- Fuerza sobre una partícula este dada por fuerza de Lorentz

$\vec{F} = m [ \vec{g} + \vec{v} \times \vec{B} ]$   $\leftarrow \vec{B} = \text{campo magnético gravitacional}$

Tomando en cuenta relatividad especial  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d}{dt} \left[ \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right]$

$\Rightarrow \frac{d}{dt} \left[ \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right] = \vec{g} + \vec{v} \times \vec{B}$

- Aparentemente Einstein examinó esta y tal vez otras teorías especial relativistas de gravedad y todos tenían algo que no le gustó: Violan el Principio de Equivalencia.

- En el caso de la teoría tipo EM es fácil verlo. Imagina calentando un cuerpo. Al aumentar la energía interna del cuerpo aumenta su masa inercial según  $E = mc^2$ . Por otro lado la carga gravitacional - la suma de las masas en reposo de todas las partículas que componen el cuerpo - no cambia.



Entonces  $\frac{m_{\text{grav pasiva}}}{m_{\text{inercial}}}$  es menor para el cuerpo caliente que

para el frío.  $\Rightarrow$  El cuerpo caliente cae con menor aceleración que el frío!

- Lo mismo pasa si hacemos cuerpos de distintos materiales pero hechos de las mismas cantidades de partículas elementales, p.ej. un diamante y un bloque de grafito. Tendrían la misma masa gravitacional pasiva pero en general distintas masas inerciales, entonces distintas aceleraciones en caída libre.

- Nota que esto pasa a pesar de que la aceleración de una partícula elemental depende solo de su posición y su velocidad, y no de su especie. Es que con la ecuación de movimiento dado el centro de masa de varias no cae como una partícula elemental.

- Nota también que la violación de equivalencia no es el peor problema de la teoría de gravedad análogo a EM. Por el cambio de signo en los términos fuente en las ecuaciones de campo, la energía en el campo es menor la del correspondiente campo EM. Un cuerpo oscilante entonces gana energía a todos! y entonces oscila cada vez más violentamente. El sistema es inestable!

- La violación del Principio de Equivalencia llevó Einstein a rechazar estas teorías. Además concluyó, a partir de sus exploraciones, que es imposible formular una teoría de gravedad que respete el Principio de Equivalencia dentro del marco de relatividad especial, lo cual no es del todo correcto.

- Einstein propuso entonces (ya en el artículo de 1907) construir una teoría de gravedad en base del Principio de Equivalencia.

Específicamente Einstein postula un Principio de Equivalencia mas fuerte que el que vale como consecuencia de la teoría Newtoniana:

Principio de Equivalencia de Einstein (enunciado moderno)

Los resultados de todos experimentos locales realizados en un laboratorio suficientemente pequeño en caída libre y sin rotación son iguales a como serían si el laboratorio estuviera fijo en un referencial inercial en ausencia de gravedad.

- experimentos locales son los que no implican comunicación con el exterior del laboratorio, por medio de señales materiales (como observaciones astronómicas)
- cuando el laboratorio no es suficientemente pequeño efectos como las mareas en la Tierra dilatan la presencia de un campo gravitatorio.

(→ Nota es muy difícil hacer este principio preciso, sin especificar más el universo de teorías que se está considerando.)

⇒ Las referenciales en caída libre sin rotación se pueden tomar como las referenciales inerciales (validas solo localmente)

Hartle 3.1

- Referencial inercial = coordenadas sobre el espacio tiempo
- marcados por un reticulado de reglas ortogonales con relojes sincronizados en los vertices
- moviendo tal que vale la primera ley de Newton - partículas libres tienen aceleración cero en estas coordenadas

