

FRICCIÓN ENTRE SÓLIDOS

OBJETIVO

Estudiar el coeficiente de fricción estática para objetos de diferentes materiales y entre cuerpos del mismo material pero con diferentes pesos y áreas de contacto.

MATERIALES

1. Rampa de inclinación variable
2. Transportador y plomada
3. Bloques de teflón y de goma.
4. Cintas de teflón y de goma.
5. Canal de teflón.
6. Plataforma giratoria
7. Cronómetro

TEORÍA

Cuando dos objetos sólidos están en contacto, la fuerza entre ellos puede ser descompuesta en dos componentes: una componente que es perpendicular a la superficie de contacto (fuerza normal \vec{N}) y la otra componente que es paralela a dicha superficie. Esta última se denomina *fuerza de rozamiento o de fricción*.

Si se aplica una fuerza horizontal débil, \vec{F}_a , a un objeto que reposa sobre una superficie es probable que éste no se mueva, a causa de la fuerza de *fricción estática* \vec{F}_e que se opone a la fuerza aplicada y la equilibra.

Si se aumenta gradualmente la fuerza aplicada y el objeto aún no se mueve es porque la fuerza de roce estático también se ha incrementado. Sin embargo, existe un valor

máximo de la fuerza de *fricción estática* para el cual se rompe el equilibrio y el objeto comienza a moverse con relación al otro. Una vez que el objeto comienza a moverse, la fuerza de fricción tiene un valor generalmente menor y se opone al movimiento. Esta es llamada fuerza de *fricción cinética*. (Figuras 1a y 1b)

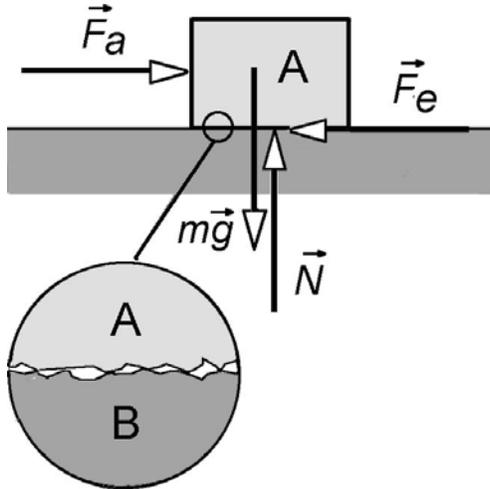


Fig. 1a: Diagrama de las fuerzas que actúan sobre un bloque.

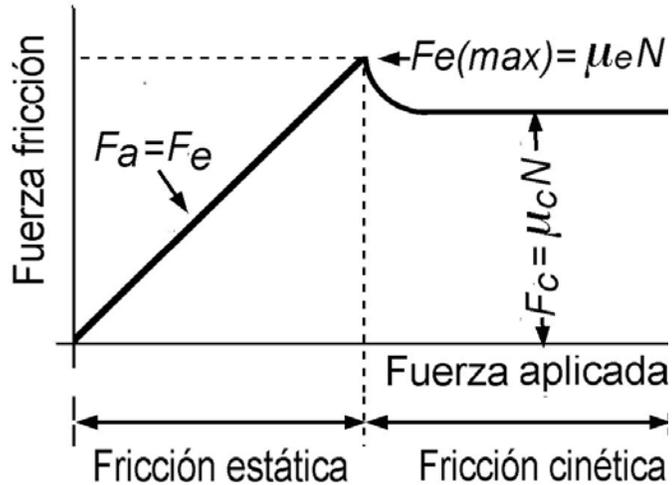


Fig. 1b: Fuerza de fricción en función de la fuerza aplicada.

Las observaciones experimentales muestran que, en una amplia gama de condiciones, las fuerzas de fricción resultan proporcionales a la fuerza normal que presiona los dos objetos.

$$F_e \leq \mu_e N$$

La igualdad corresponde cuando el cuerpo está a punto de deslizar:

$$F_e(\text{máx}) = \mu_e N$$

La constante de proporcionalidad se denomina *coeficiente de fricción estática* (μ_e) y depende de la naturaleza de cada par de superficies.

En este experimento vamos a determinar el coeficiente de fricción estática para dos materiales que tienen aplicaciones prácticas muy importantes: la goma y el teflón. A tal efecto usaremos dos procedimientos diferentes:

- A) *Un cuerpo que resbala sobre un plano inclinado.*
- B) *Un cuerpo que resbala sobre una plataforma rotatoria.*

ACTIVIDADES PRELIMINARES

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. Bloque sobre plano inclinado: Un bloque está inicialmente en reposo sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal.

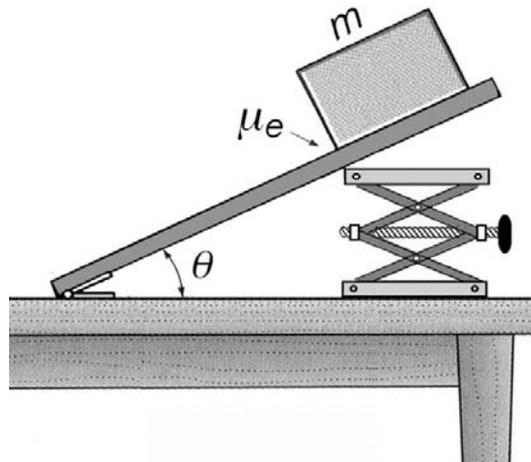


Fig. 2: Bloque sobre plano inclinado

Demuestren que el cuerpo comenzará a deslizar cuando el ángulo de inclinación θ se eleva a un valor crítico θ_c , el cual está relacionado con el coeficiente de fricción estática μ_e mediante la expresión:

$$\mu_e = \tan \theta_c \quad (1)$$

2. Bloque sobre plataforma giratoria: Un bloque está colocado sobre una plataforma horizontal que gira a velocidad angular constante, ω . Se observa que el bloque resbala cuando se coloca a una distancia r del centro de rotación mayor que un valor crítico, r_c .

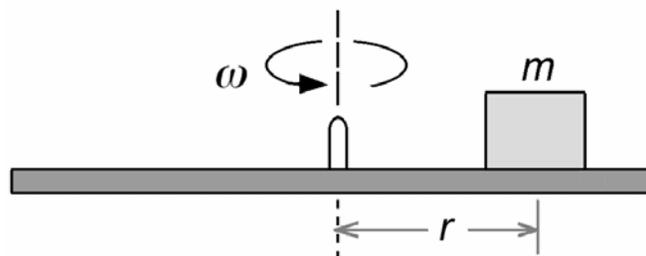


Fig. 3: Bloque sobre plataforma giratoria

Demuestren que el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la plataforma viene dado por la expresión:

$$\mu_e = \omega^2 r_c / g \quad (2)$$

Siendo g la aceleración de la gravedad.

3. Bloque sobre una canal en ángulo recto: Determinen cómo se modifican las dos expresiones anteriores si un bloque cúbico puede deslizar sobre una canal en ángulo recto, como se ilustra en la figura.

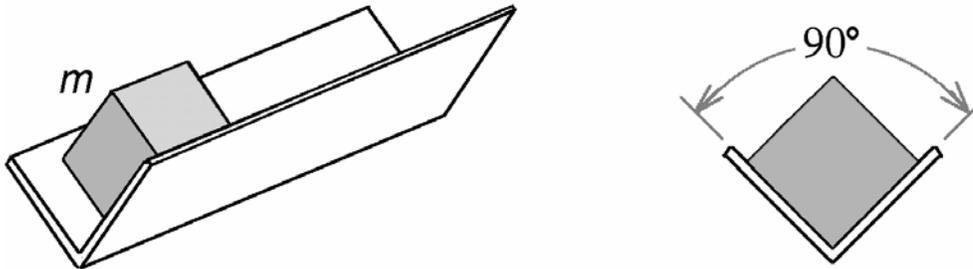


Fig. 4: Bloque sobre una canal en ángulo recto

PROCEDIMIENTOS EXPERIMENTALES

¡ADVERTENCIA!

El coeficiente de fricción depende fuertemente de las condiciones de la superficie: Si la superficie es lisa o rugosa o si contiene residuos u otros contaminantes. Para obtener resultados confiables, las superficies deben estar libres de grasa. Eviten tocar las superficies con los dedos ya que su grasa puede alterar los resultados. Al iniciar la experiencia limpien con alcohol las superficies y los objetos de la Figura 6. No toquen las superficies que van a estar en contacto.

A. Determinación del coeficiente de fricción estática, μ_e , mediante un plano inclinado.

En esta primera parte de la práctica Ud. dispone de un aparato que consta de un plano de plexiglás (Figura 5), sobre el cual se disponen tres superficies diferentes para ser estudiadas: una cinta de goma, una lámina de teflón y un canal de teflón. Este plano puede girar alrededor de un eje horizontal, cuyo ángulo ϕ con la vertical se determina con la ayuda de un transportador y una plomada que lleva dispuesto en uno de sus lados.

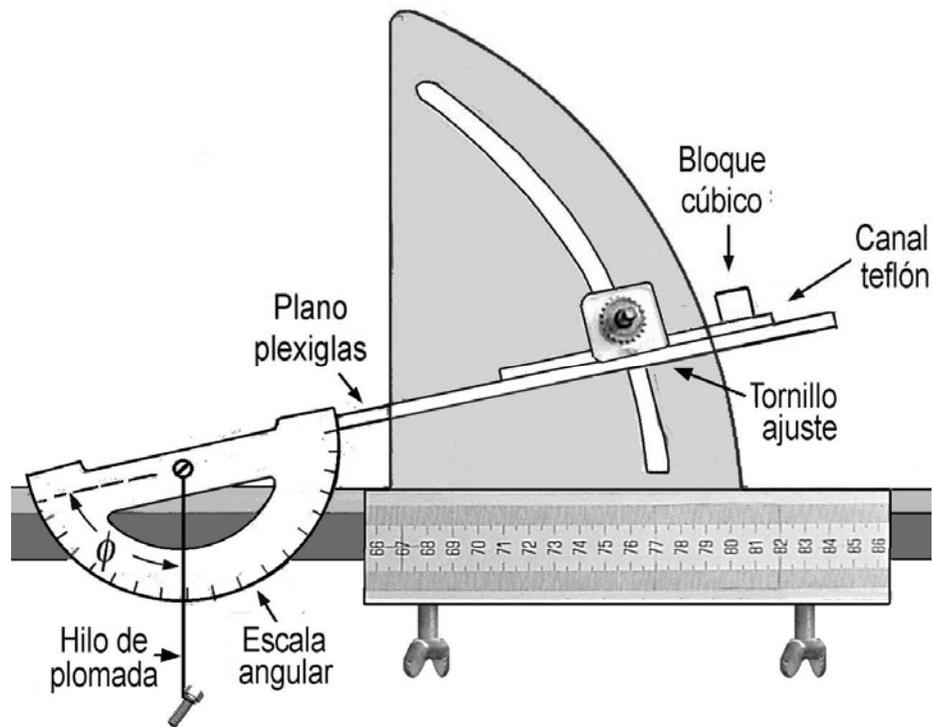


Fig. 5: Montaje experimental del plano inclinado

Asimismo, dispone de los cuerpos mostrados en la figura 6, que se utilizarán para determinar el coeficiente de fricción correspondiente.

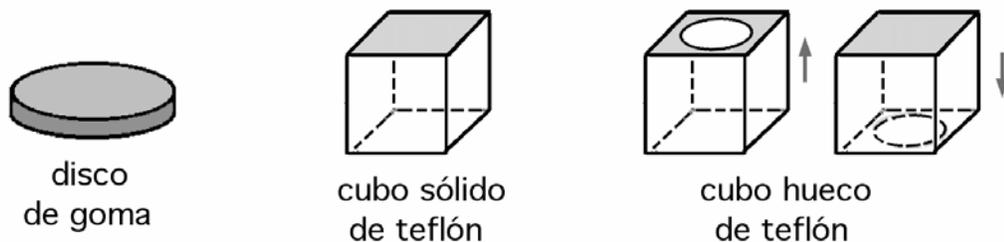


Fig. 6: Cuerpos para determinar el correspondiente μ_e

1. Fricción de goma sobre goma

A1. Tomando el disco por su parte periférica colóquenlo sobre la cinta de goma, tratando de no tocar con los dedos la superficie estudiada. Verifiquen la posición horizontal del plano de plexiglas para la mejor determinación del ángulo del plano inclinado.

- A2.** Aumenten suavemente la inclinación del plano de plexiglás, evitando movimientos bruscos. Continúen aumentando la inclinación hasta llegar al *ángulo crítico con la horizontal*, θ_c , en el cual el disco comienza a deslizar. Observen cuidadosamente la figura 2, para estar seguro sobre cuál es el ángulo que se lee en el transportador y su relación con el ángulo crítico θ_c . Hagan un dibujo del transportador que refleje esta observación en su caso particular.
- A3.** Repitan el procedimiento anterior por lo menos 10 veces, coloquen el disco siempre por la misma cara tratando de no tocar con los dedos la superficie estudiada. Anoten en la *tabla 1* los valores del ángulo crítico θ_c observados.
- A4.** Determinen el valor medio del ángulo de inclinación crítico θ_c , y con este valor determinen el coeficiente de fricción estática μ_e , para las superficies goma-goma, con su correspondiente error $\Delta\mu_e$. Anote estos valores en la *Tabla 1*, tomando en cuenta las correspondientes cifras significativas.

II. Fricción de teflón sobre teflón

- A5.** Coloquen ahora el cubo sólido de teflón sobre la lámina de teflón y, siguiendo los pasos anteriores, procedan a determinar el coeficiente de fricción estática del teflón-teflón, con su correspondiente error $\Delta\mu_e$. Anoten los valores en la *Tabla 1*, tomando en cuenta las correspondientes cifras significativas.
- A6.** Repitan paso a paso la experiencia anterior colocando el cubo sólido de teflón sobre la canal y determinen el coeficiente de fricción, con su correspondiente error, $\Delta\mu_e$. Anoten los valores en la *Tabla 1*, tomando en cuenta las correspondientes cifras significativas.
- A7.** Coloquen el cubo hueco de teflón con su cara hueca sobre la lámina de teflón y, repitan el procedimiento anterior para determinar el coeficiente de fricción estática con su respectivo error $\Delta\mu_e$. Anoten los valores en la *Tabla 1*, tomando en cuenta las correspondientes cifras significativas.
- A8.** Coloquen el cubo hueco de teflón con la cara de mayor área (opuesta al agujero) sobre la lámina de teflón y, usando el mismo procedimiento, determinen el coeficiente de fricción estática con su error $\Delta\mu_e$. Anoten los valores en la *Tabla 1*, tomando en cuenta las correspondientes cifras significativas.

Tabla I

Material		θ_{c1}	θ_{c2}	θ_{c3}	θ_{c10}	$\langle \theta_c \rangle$	$\Delta \theta_c$	$\langle \mu_e \rangle$	$\Delta \mu_e$
Goma-Goma										
Teflón sólido	Lámina									
	Canal									
Teflón hueco	hueco									
	sólido									

A9. Comparen los valores obtenidos para los diferentes coeficientes de fricción en los diferentes casos:

- a) Goma - goma y teflón-teflón
- b) Teflón-teflón: para diferentes áreas de contacto
- c) Teflón-teflón: para diferentes pesos

B. Determinación del coeficiente de fricción estática usando una plataforma giratoria.

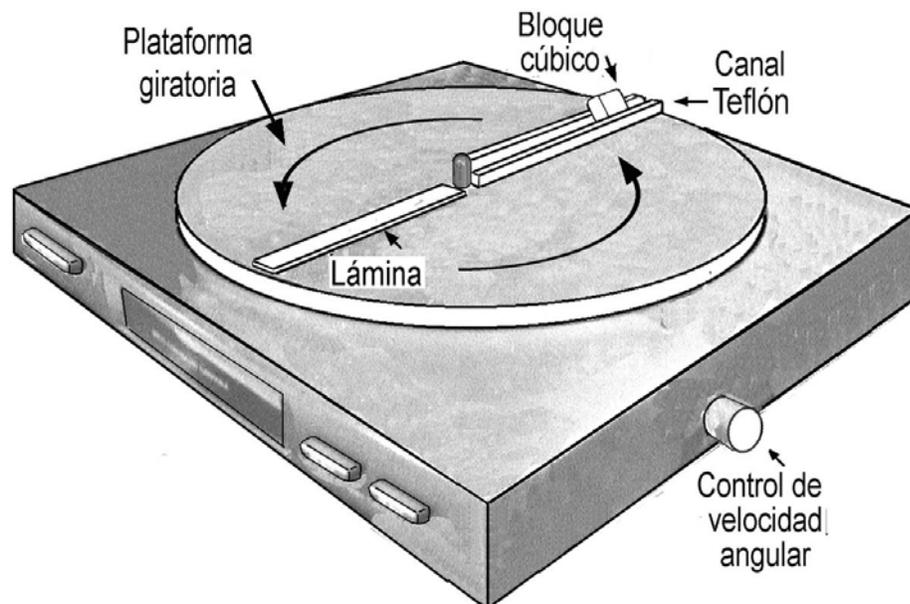


Fig. 7: Montaje experimental de la plataforma giratoria

I. Cubo sólido de teflón sobre lámina de teflón

- B1.** Coloquen el cubo sólido de teflón sobre la superficie de teflón en cierta posición radial cercana al borde del disco (r máximo). Una vez activada la plataforma giratoria, vayan aumentando gradual y muy lentamente la velocidad de rotación hasta que el disco empiece a resbalar.
- B2.** Utilicen el cronómetro para medir el tiempo que tarda el plato giratorio en completar 10 vueltas y de allí determine el período T y la correspondiente velocidad angular de rotación, ω .
- B3.** Repitan el procedimiento anterior colocando el cubo sólido en una posición radial igual, tratando siempre de no tocar con los dedos la superficie de teflón estudiada y de colocar siempre el cubo de teflón de la misma manera sobre dicha superficie. Anoten en la *tabla 2a* los correspondientes valores hasta completar 10 medidas para ese valor radial.
- B4.** Repitan las medidas anteriores para posiciones radiales menores hasta completar un total de cinco valores de radios diferentes.

Tabla 2a

Radio	t_1	t_2	t_3	t_{10}	$\langle t \rangle$	Δt	T	ΔT	ω	$\Delta \omega$
r_1										
r_2										
r_3										
r_4										
r_5										

- B5.** A partir de los valores de r y ω obtenidos construyan la *tabla 2 b*.

Tabla 2 b

r (cm)	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
ω (s ⁻¹)					
$1/r$ (m)					
ω^2 (s ⁻²)					

B6. En el computador hagan la representación gráfica correspondiente a esta tabla de:
 ω^2 en función de $1/r$

¿Resulta la gráfica una línea recta?

¿Pasa esta línea por el origen de coordenadas (0, 0)?

B7. Hagan el ajuste de la curva *sin imponer la condición de que debe pasar por el punto (0,0)* y determinen, a partir de la pendiente, el coeficiente de fricción estática μ_e del teflón - teflón.

Recuerden que la expresión $\omega^2 = (\mu_e g)(1/r)$ debe ser válida aún para el punto límite ($\omega^2 = 0, 1/r = 0$). En física se observan desviaciones de la teoría usualmente cuando no se cumplen las suposiciones bajo las cuales se ha deducido una expresión. En este experimento, el hecho de que la recta no pase por el punto (0, 0) puede ser atribuido a que en la teoría se ha considerado al objeto como si fuese una partícula localizada en su centro geométrico. Sin embargo, nuestro objeto en estudio tiene dimensiones apreciables y obviamente el centro de fuerzas no coincide con su centro geométrico.

II. Cubo de teflón sobre canal

B8. Repitan el procedimiento anterior colocando el cubo sólido de teflón sobre la canal y determinen el correspondiente coeficiente de fricción estática para este caso.

Tabla 3 a

Radio	t_1	t_2	t_3	t_{10}	$\langle t \rangle$	Δt	T	ΔT	ω	$\Delta \omega$
r_1										
r_2										
r_3										
r_4										
r_5										

B9. A partir de los valores de r y ω obtenidos construya la *tabla 3 b*.

Tabla 3 b

r (cm)	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
ω (s ⁻¹)					
$1/r$ (m)					
ω^2 (s ⁻²)					

B10. En el computador hagan la representación gráfica correspondiente a esta tabla de:

$$\omega^2 \text{ en función de } 1/r$$

B11. Hagan el ajuste de la curva *sin imponer la condición de que debe pasar por el punto (0,0)* y determinen, a partir de la pendiente, el coeficiente de fricción estática μ_e del teflón - teflón.

B12. Comparen los valores obtenidos para μ_e del teflón-teflón mediante los dos procedimientos diferentes: el plano inclinado y la plataforma giratoria. ¿Qué pueden concluir respecto a estos resultados?

PREGUNTAS

1. A menudo se considera la fricción como un mal indeseable y se toman las medidas para reducirla por medio de lubricación, etc... Citen tres ejemplos donde la fricción resulta un bien necesario.
2. Cuando un cuerpo se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal con fricción, ¿por qué es *más difícil* hacer que comience a moverse que mantenerlo después en movimiento uniforme?
3. ¿Podría ser el coeficiente de fricción mayor que la unidad? Cualquiera sea su respuesta explique por qué sí, o por qué no?
4. En un automóvil, la fricción del neumático con el pavimento es una cuestión muy compleja donde entran distintos factores: Depende del material del neumático, del tipo

de suelo, de si el suelo está seco o mojado, del grado de inflado, del dibujo de la banda de rodadura, del ancho de los canales para que pueda evacuar el agua, etc... Suponga que los cauchos normales que trae el automóvil de agencia son reemplazados por otros idénticos pero extra-anchos. Será la fuerza de fricción mayor suponiendo las mismas condiciones de las superficies? Explique.

5. Suponga que un camión de cuatro ruedas se adapta para colocarle 12 ruedas idénticas a las anteriores. ¿Esperaría Ud. que la fuerza de fricción con el pavimento sea diferente? Explique.

REFERENCIAS

1. D. Halliday, R. Resnick y K. Krane, *Física*, Vol. 1, Cap. 6, Ed. Continental (1995).
2. R. A. Serway, *Física*, tomo 1, tercera edición, Cap. 5, Mc. Graw-Hill (1992).
3. <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/rozamiento/general/rozamiento.htm>

MEDICIÓN DE LA DENSIDAD DE UN SÓLIDO

Nombre del Estudiante

Institución

I. INTRODUCCIÓN

En ésta práctica nos propusimos estudiar los coeficientes de fricción estática para objetos de diferentes materiales y entre cuerpos del mismo material pero con diferentes pesos y áreas de contacto con la superficie.

II. FUNDAMENTO TEÓRICO

Cuando un cuerpo se encuentra apoyado sobre una superficie, se produce una interacción entre ambos dando origen a una fuerza de rozamiento paralela a la superficie y que depende de los materiales de los entes interactuantes, del peso del cuerpo y del área de contacto entre el cuerpo y la superficie, entre otros. Ésta fuerza se denomina fuerza de fricción o fuerza de roce.

Analicemos ahora la situación representada en la Fig. 1. Cuando el cuerpo está en reposo sobre un plano que se encuentra inclinado un ángulo α , las fuerzas que actúan sobre él son su peso P , la fuerza normal N ejercida por la superficie y perpendicular a ella, y por último la fuerza de fricción f_r .

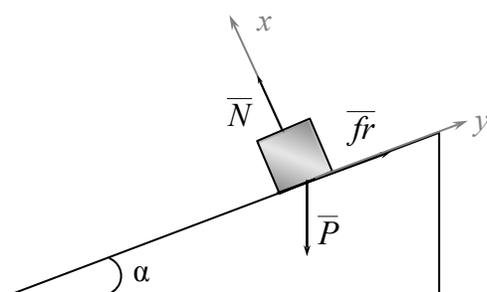


Fig. 1

Cuando el cuerpo está en reposo, f_r es una fuerza de fricción estática que viene dada por la siguiente expresión:

$$\vec{f}_r \leq \mu_e \vec{N}$$

En donde μ_e es una constante llamada *coeficiente de fricción estática* y depende de los materiales del cuerpo y de la superficie. La igualdad se establece en esta ecuación cuando el cuerpo está a punto de deslizarse y el plano ha alcanzado un ángulo crítico de inclinación θ , entonces μ_e se relaciona con θ por medio de la siguiente expresión:

$$\mu_e = \operatorname{tg}\theta \quad (1)$$

La Ecuación (1) se demostró en las actividades preliminares a la práctica.

Analicemos ahora la Fig. 2 a continuación:

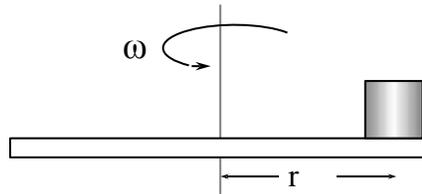


Fig. 2. Masa en una tabla que gira a un radio r con velocidad angular ω

En este caso, el cuerpo también se encuentra en reposo respecto de la superficie y el coeficiente de fricción estática μ_e en el momento en que el cuerpo está a punto de deslizar, se relaciona con el radio crítico r y la velocidad angular ω por medio de la siguiente expresión:

$$\mu_e = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (2)$$

En donde g es la aceleración de gravedad. La ecuación (2) se demostró en las actividades preliminares a la práctica.

Es importante recordar que la velocidad angular ω se relaciona con el período T por medio de la siguiente relación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \quad (3)$$

III. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

PARTE A: Determinación del coeficiente de fricción estática μ_e , mediante un plano inclinado.

- 1) Para la realización de este experimento utilizamos un montaje como el que se muestra en la Fig. 3.

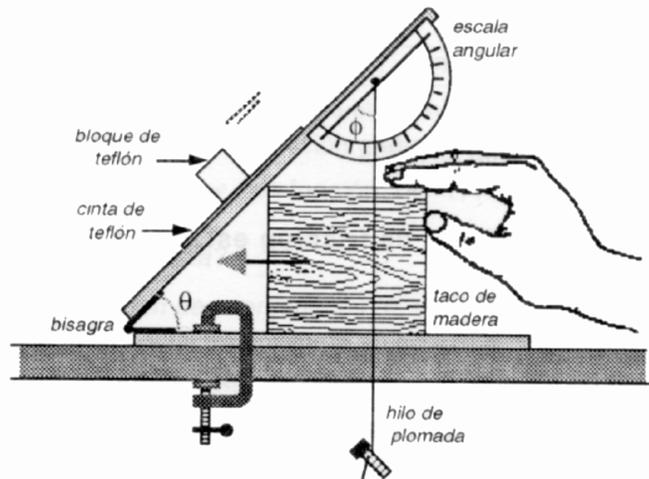


Fig. 3 Montaje Experimental Parte A (Plano Inclinado)

- 2) Luego colocamos un disco de goma sobre la cinta de goma previamente instalada en el montaje. Luego empujamos suavemente el taco de madera para ir aumentando el ángulo de inclinación, evitando que el plano diera saltos bruscos.
- 3) Cuando el disco comenzó a deslizarse, medimos el ángulo ϕ señalado en el transportador por el hilo de plomada (El transportador utilizado tenía una apreciación de 1°). Repetimos éste procedimiento diez veces. Luego calculamos el ángulo θ de inclinación del plano mediante la ecuación (A.1) (del apéndice A), así como el promedio $\langle\theta\rangle$ y su error respectivo $\Delta\theta$; los resultados obtenidos se muestran en la Tabla A a continuación:

TABLA A		
Nº	ϕ ($^\circ$)	θ ($^\circ$)
1	148	58
2	145	55
3	145	55
4	147	57
5	145	55
6	148	58
7	145	55
8	145	55
9	145	55
10	147	57
	$\langle\theta\rangle$ ($^\circ$)	56,0
	$\Delta\theta$ ($^\circ$)	0,3

Luego $\langle\theta\rangle = (56,0 \pm 0,3)^\circ$

- 4) Después se repitieron los pasos 2) y 3), pero utilizando un cubo sólido de teflón sobre un carril de teflón y realizando 14 medidas en lugar de 10 para minimizar el error. Las medidas obtenidas y el promedio $\langle\theta\rangle$ con su respectivo error $\Delta\theta$, se presentan a continuación en la Tabla B:

TABLA B		
Nº	ϕ (°)	θ (°)
1	104	14
2	103	13
3	105	15
4	103	13
5	103	13
6	104	14
7	103	13
8	103	13
9	104	14
10	103	13
11	104	14
12	104	14
13	103	13
14	105	15
	$\langle\theta\rangle$ (°)	13,6
	$\Delta\theta$ (°)	0,1

Luego $\langle\theta\rangle = (13,6 \pm 0,1)^\circ$

- 5) Por último se repitieron los pasos 2) y 3) utilizando primero un cubo hueco de teflón con su cara de menor área sobre una cinta de teflón y después el mismo cubo hueco de teflón pero con su cara de mayor área sobre la cinta de teflón. Los valores obtenidos se presentan en las Tablas C y D respectivamente:

TABLA C		
Nº	ϕ (°)	θ (°)
1	103	13
2	104	14
3	105	15
4	104	14
5	104	14
6	103	13
7	105	15
8	104	14
9	105	15
10	104	14
	$\langle\theta\rangle$ (°)	14,1
	$\Delta\theta$ (°)	0,2

TABLA D		
Nº	ϕ (°)	θ (°)
1	110	20
2	111	21
3	109	19
4	110	20
5	109	19
6	109	19
7	109	19
8	110	20
9	110	20
10	111	21
	$\langle\theta\rangle$ (°)	19,8
	$\Delta\theta$ (°)	0,2

Luego el valor obtenido de $\langle\theta\rangle$ para el cubo apoyado sobre su cara de menor área es:
 $\langle\theta\rangle = (14,1 \pm 0,2)^\circ$

Mientras que el valor obtenido de $\langle\theta\rangle$ para el cubo apoyado sobre su cara de mayor área es:
 $\langle\theta\rangle = (19,8 \pm 0,2)^\circ$

PARTE B: Determinación del coeficiente de fricción estática μ_e , mediante una plataforma giratoria.

- 1) Para la realización de este experimento utilizamos un montaje como el que se muestra en la Fig. 4 a continuación:

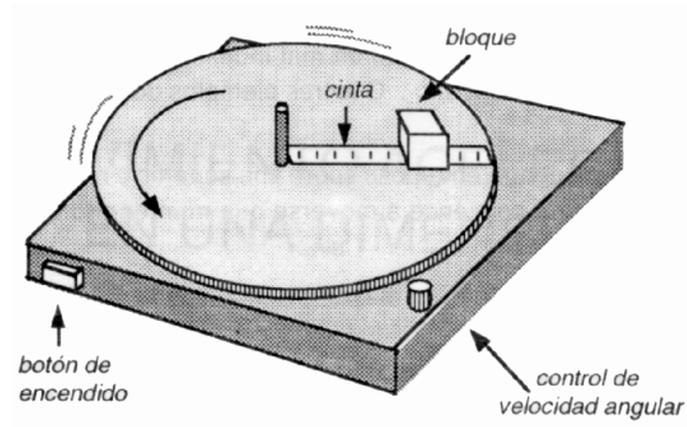


Fig. 4 Montaje Experimental de la Parte B (Mesa Giratoria)

- 2) Luego colocamos el cubo sólido de teflón sobre el carril de teflón a un radio de 0,02m (distancia que fue medida con una cinta métrica de apreciación 0,01 m) y fuimos aumentando la velocidad angular hasta que el cuerpo comenzó a deslizar.
- 3) Después manteniendo ésta velocidad angular crítica ω contamos el tiempo 10T que tardaba el disco en completar 10 vueltas. El cronómetro utilizado tenía una apreciación de 0,01 s.
- 4) Luego repetimos los procedimientos 1) hasta 3) para las distancias radiales: $r=0,3\text{m}$; $r=0,4\text{m}$; $r=0,5\text{m}$ y $r=0,6\text{m}$. Los pasos 1) y 2) se realizaron 10 veces para cada distancia radial.
- 5) Los datos obtenidos de 10T, así como su promedio $\langle 10T \rangle$ y su error correspondiente $\Delta 10T$, se presentan en la Tabla E a continuación:

TABLA E					
	r =0,02 m	r =0,03 m	r =0,04 m	r =0,05 m	r =0,06 m
Nº	10T (s)				
1	6,22	7,45	8,54	11,93	12,15
2	6,22	7,54	7,88	11,79	12,22
3	6,22	7,91	9,50	11,75	12,31
4	6,47	7,94	9,87	11,45	12,22
5	6,37	7,92	7,25	11,09	12,34
6	6,28	7,74	8,87	11,75	12,25
7	6,34	7,75	9,57	11,66	12,16
8	6,29	7,72	8,97	11,40	12,13
9	6,47	7,74	9,87	11,94	12,32
10	6,28	7,25	9,10	11,57	12,28
$\langle 10T \rangle$ (s)	6,32	7,70	8,9	11,63	12,24
$\Delta 10T$ (s)	0,03	0,07	0,3	0,08	0,02

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

PARTE A: Determinación del coeficiente de fricción estática μ_e , mediante un plano inclinado.

- 1) En ésta parte calculamos el coeficiente de fricción goma-goma μ_{eg} y su error $\Delta\mu_{eg}$ utilizando las ecuaciones (1) y (A.2)* respectivamente, partiendo de los datos de la Tabla A. El valor obtenido es el siguiente:

$$\mu_{eg} = (1,48 \pm 0,02)$$

- 2) Luego calculamos el coeficiente de fricción teflón-teflón μ_{et} y su error $\Delta\mu_{et}$, partiendo de los datos de la Tabla B. A continuación presentamos el valor obtenido:

$$\mu_{et1} = (0,242 \pm 0,002)$$

A éste valor del coeficiente de fricción teflón-teflón lo llamamos μ_{et1} para evitar confusiones al compararlo con los valores de μ_{et} obtenidos posteriormente utilizando el cubo sólido apoyado sobre su cara de menor área (μ_{et2}) y luego el mismo cubo apoyado sobre su cara de mayor área (μ_{et3}).

- 3) A continuación calculamos μ_{et2} y su error $\Delta\mu_{et2}$ partiendo de los datos de la Tabla C, utilizando las ecuaciones (1) y (A.1) respectivamente. El valor obtenido es el siguiente:

$$\mu_{et2} = (0,251 \pm 0,004)$$

- 4) Por último calculamos μ_{et3} y su error $\Delta\mu_{et3}$ partiendo de los datos de la Tabla D, utilizando las ecuaciones (1) y (A.1) respectivamente. El valor obtenido es el siguiente:

$$\mu_{et3} = (0,360 \pm 0,004)$$

PARTE B: Determinación del coeficiente de fricción estática μ_e , mediante una plataforma giratoria.

- 1) Partiendo de los datos de la Tabla E, calculamos el período T y su error ΔT para cada distancia radial por medio de las ecuaciones (B.1) y (B.2). Los datos obtenidos se presentan en la Tabla F a continuación:

* Las ecuaciones referidas en el texto de la forma (A.#) pueden verse en el Apéndice A. Análogamente para (B.#)

TABLA F					
r (m)	0,02 ± 0,01	0,03 ± 0,01	0,04 ± 0,01	0,05 ± 0,01	0,06 ± 0,01
T (s)	0,632 ± 0,003	0,770 ± 0,007	0,89 ± 0,03	1,16 ± 0,03	01,224 ± 0,002

- 2) Luego calculamos el valor de $1/r$ para cada radio. También calculamos el cuadrado de la velocidad angular ω^2 por medio de la ecuación (3), partiendo de los valores de la Tabla F. Los resultados obtenidos se presentan a continuación en la Tabla G:

TABLA G					
$1/r$ (m⁻¹)	50	33	25	20	16
ω^2 (s²)	98,8	66,6	49	29,3	26,35

A partir de éstos valores hicimos un gráfico de ω^2 vs $1/r$ y luego realizamos el ajuste por mínimos cuadrados a una recta, sin imponer la condición de que la ordenada en el origen fuera igual a cero. El gráfico obtenido se muestra en la Figura 5.

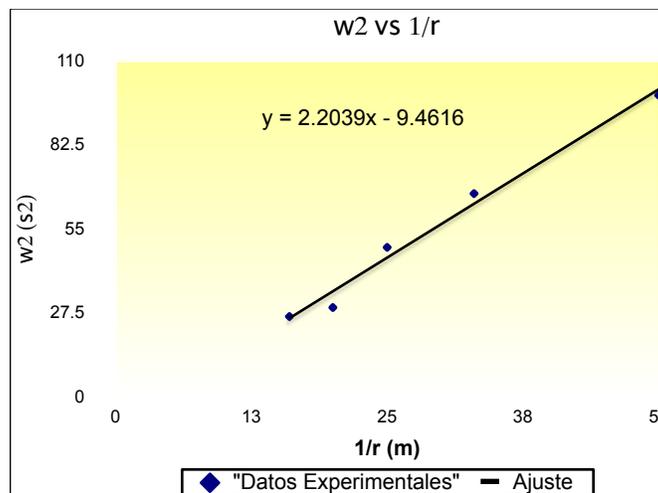


Figura 5. Gráfico de ω^2 versus inverso de la distancia $1/r$

La ecuación obtenida del ajuste del gráfico es: $y = (2,20)x - 9$

Del ajuste se tiene que la pendiente m de esta recta y su error Δm son:

$$m = (2,20 \pm 0,2) \text{ s}^2/\text{m}$$

3) Por otra parte despejando ω^2 de la ecuación (2) se tiene que:

$$\omega^2 = (\mu_{et4} g) \frac{1}{r}$$

Al comparar con la ecuación obtenida del ajuste tenemos que:

$$m = \mu_{et4} g \rightarrow \mu_{et4} = \frac{m}{g} \quad (4)$$

Sustituyendo los valores en la ecuación (4) tenemos:

$$\mu_{et4} = (0,23 \pm 0,02)$$

El error $\Delta \mu_{et4}$ se calculó a través de la ecuación (B.3).

V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

1) A continuación se muestra el valor hallado del coeficiente de fricción goma-goma μ_{eg} :

$$\mu_{eg} = (1,48 \pm 0,02)$$

Recordemos que el coeficiente de fricción es adimensional, es por esto que μ_e no tiene unidades.

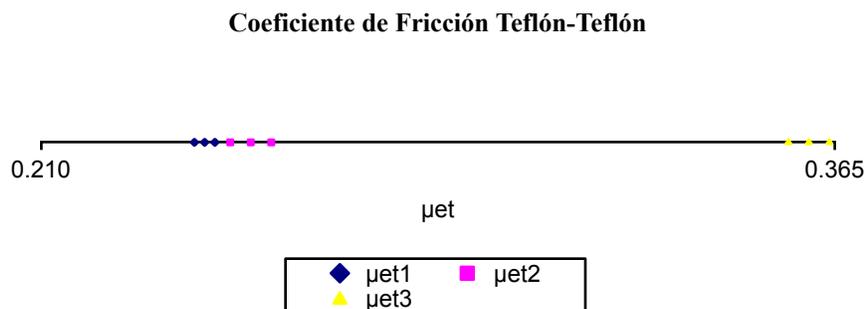
2) En la parte A del procedimiento experimental obtuvimos tres valores para el coeficiente de fricción teflón-teflón utilizando los siguientes cuerpos de teflón: un cubo sólido (μ_{et1}), un cubo con un hueco cilíndrico apoyado sobre su cara de menor área (μ_{et2}) y por último el mismo cubo anterior apoyado sobre su cara de mayor área (μ_{et3}). Los valores obtenidos para cada uno de ellos se presentan a continuación:

$$\mu_{et1} = (0,242 \pm 0,002)$$

$$\mu_{et2} = (0,251 \pm 0,004)$$

$$\mu_{et3} = (0,360 \pm 0,004)$$

Grafiquemos estos valores en una recta real para ver si coinciden:



Al observar el gráfico es evidente que no hay ningún intervalo en el cual las medidas sean iguales. Por otra parte podemos ver que los valores de μ_{et1} y μ_{et2} son bastante cercanos, mientras que μ_{et3} es muy diferente a los dos anteriores. Esta abrupta diferencia entre μ_{et3} y los otros dos valores puede deberse a que fueron las últimas medidas tomadas con la cinta y notamos que ésta estaba bastante irregular para ese momento, esto puede haber incrementado la fricción y como el peso era constante, esto se vería reflejado en el coeficiente de fricción μ_{et3} .

La similitud existente entre μ_{et1} y μ_{et2} se ve claramente cuando comparamos:

$$\mu_{et1} + \Delta \mu_{et1} \text{ y } \mu_{et2} + \Delta \mu_{et2}$$

$$\text{Obteniendo: } 0,244 \approx 0,247$$

- 3) Con los tres valores de μ_{et1} , μ_{et2} y μ_{et3} se realizó un promedio pesado $\overline{\mu_{etA}}$, resultando:

$$\overline{\mu_{etA}} = (0,263 \pm 0,002)$$

- 4) Luego comparamos $\overline{\mu_{etA}}$ con el valor obtenido del coeficiente de fricción goma-goma:

$$\overline{\mu_{etA}} = (0,263 \pm 0,002)$$

$$\mu_{eg} = (1,48 \pm 0,02)$$

Como podemos observar μ_{eg} es mucho mayor que $\overline{\mu_{etA}}$, de hecho es aproximadamente 5,6 veces mayor. De esto podemos deducir que si tenemos dos objetos del mismo peso siendo uno de teflón y el otro de goma, la fricción entre el cuerpo de goma y una superficie de goma será 5,6 veces mayor que la fricción entre el cuerpo de teflón y una superficie de teflón (igual a la de goma).

- 5) El valor del coeficiente de fricción teflón-teflón (μ_{et4}), obtenido en la parte B del procedimiento experimental, es el siguiente:

$$\mu_{et4} = (0,23 \pm 0,02)$$

- 6) Ahora comparemos μ_{et4} con el valor promedio del coeficiente de fricción de la parte A ($\overline{\mu_{etA}}$), los valores son los siguientes:

$$\overline{\mu_{et4}} = (0,23 \pm 0,02)$$

$$\overline{\mu_{etA}} = (0,263 \pm 0,002)$$

Podemos observar que aunque ambos valores no coinciden por completo en ningún intervalo, son muy cercanos cuando tomamos:

$$(\overline{\mu_{et4}} + \Delta\overline{\mu_{et4}}) = 0,25$$

$$(\overline{\mu_{etA}} - \Delta\overline{\mu_{etA}}) = 0,261 \approx 0,26$$

7) Por último calculamos un promedio pesado $\overline{\mu_{et}}$ de $\overline{\mu_{etA}}$ y $\overline{\mu_{et4}}$, obteniendo el siguiente resultado:

$$\overline{\mu_{et}} = (0,263 \pm 0,002)$$

VI. APÉNDICES

APÉNDICE A: Cálculos realizados para la Parte A del procedimiento experimental.

- Cálculo del ángulo θ

En la Fig. 3 se ve claramente que los ángulos ϕ y θ son complementarios, entonces tenemos:

$$\phi + \theta = 90^\circ \quad \rightarrow \quad \theta = |90^\circ - \phi| \quad (\text{A.1})$$

Tomamos el valor absoluto de $(90^\circ - \phi)$ puesto que nuestro ángulo θ en realidad es positivo y así cuando calculemos su tangente ésta será también positiva.

- Cálculo de $\Delta\mu_e$

Partiendo de la ecuación (1) calculamos el error $\Delta\mu_e$ vía propagación de errores por el método de las derivadas parciales, obteniendo:

$$\Delta\mu_e = (\sec^2 \theta) \Delta\theta \quad (\spadesuit)$$

Debemos considerar que el ángulo θ está dado en grados y por lo tanto su error $\Delta\theta$ también lo está, entonces al sustituir en (\spadesuit) tendríamos que $\Delta\mu_e$ estaría también expresado en grados,

pero como sabemos μ_e y $\Delta\mu_e$ son adimensionales, luego transformando $\Delta\theta$ a radianes evitaremos esta equivocación.

Para hacer la transformación multiplicamos $\Delta\theta$ por $\pi/180^\circ$, obteniendo para (\spadesuit):

$$\Delta\mu_e = (\sec^2 \theta) \Delta\theta \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \Rightarrow \Delta\mu_e = \frac{\pi (\sec^2 \theta)}{180^\circ} \Delta\theta \quad (\text{A.2})$$

APÉNDICE B: Cálculos realizados para la Parte B del procedimiento experimental.

- Cálculo de T

$$T = \frac{t}{n}$$

Partiendo de la expresión del período:

Donde t es el tiempo que llamamos 10T y n es el número de oscilaciones.

Se tiene que: $T = \frac{10T}{10} \quad (\text{B.1})$

- Cálculo de ΔT

Llamamos A al resultado obtenido de las mediciones de 10T, entonces tenemos:

$$10T = A \rightarrow T = \frac{A}{10}$$

A partir de ésta expresión calculamos ΔT vía propagación de errores por el método de las derivadas parciales, obteniendo:

$$\Delta T = \frac{\Delta A}{10} \quad \text{pero} \quad A = 10T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta(10T)}{10} \quad (\text{B.2})$$

- Cálculo de $\Delta\mu_{et4}$

Partiendo de la ecuación (3) calculamos $\Delta\mu_{et4}$ vía propagación de errores por el método de las derivadas parciales, obteniendo:

$$\Delta\mu_{et4} = \frac{\Delta m}{g} \quad (\text{B.3})$$

VII. BIBLIOGRAFÍA

- 1) USB *Guía de Prácticas* – Laboratorio de Física FS-2181, (2000)
- 2) R. Resnick, D. Halliday, *Física*, Vol. 1, Cap. 17, Compañía Editorial Continental S.A. (1970).