# Ejercicios de practico 1 – Relatividad General

1. La gran hipótesis de Newton era que las leyes que gobiernan los movimientos de los cuerpos celestiales son las mismas que rigen los de cuerpos en la Tierra.

a) La Luna se encuentra a una distancia media de 385 000 km desde el centro de la Tierra. El radio de la Tierra es 6371 km, y la aceleración de caída libre media en la superficie es de 9,8 m/s$^2$. Suponiendo que la aceleración de caída libre decae como uno sobre la distancia cuadrada, encuentra la aceleración de caída libre en la órbita de la Luna.

b) El periodo de la órbita de la Luna es de 27,32 días. Suponiendo que la órbita de la Luna es circular, calcule la aceleración de la Luna. (El radio de la órbita de la Luna entorno del centro de masa del sistema Tierra – Luna es un poco más chico que la distancia Tierra – Luna. Pueden despreciar esta corrección que no se puede evaluar sin saber la razón entre las masas de los dos cuerpos.) Compara esta aceleración con la calculada en parte a.

2. No es tan fácil obtener el valor del constante gravitacional G de Newton. Newton calculo su valor aproximadamente estimando que la densidad de la Tierra es entre 5 y 6 veces la de agua. Esto parece razonable dado que el basalto tiene densidad 3 veces la de agua, y hierro 8 veces. Calcula G a partir de estos datos y compara con el valor medido $6{,}674\times 10^{-11}\, m^3\, kg^{-1}\, s^{-2}$ .

3. Desde la década de los 1970 la distancia Tierra – Luna se ha medido con error de solo unos centímetros usando retroreflectores emplazados en la Luna por astronautas o sondas robóticas. Uno rebota luz de láser de estos retroreflectores y mide cuanto demora en volver. Estos datos dan uno de los mejores pruebas del principio de equivalencia. En particular, muestran que la razón entre masa gravitacional pasiva y masa inercial de la Luna y de la Tierra son iguales con incertidumbre menor que una parte en $1{,}5\times 10^{-13}$ . Lea Box 2.1 de Hartle. Luego

a) Hacer el ejercicio 2.1 de Hartle donde se muestra cómo el retro reflector refleja la luz de vuelta a su fuente independientemente del angulo de incidencia de la luz.

b) Evaluar para la Luna y para la Tierra la fracción de la masa inercial que es energía potencial gravitacional. (Usar la teoría de Newton, y modelen a los dos cuerpos como medios continuos de densidad uniforme.) Verificar si es consistente con la cota experimental sobre la igualdad de la razón masa gravitacional pasiva – masa inercial citada la siguiente hipótesis: que todas las contribuciones a la masa inercial contribuyen igualmente a la masa gravitacional pasiva en la ley de gravedad de Newton, salvo la energía potencial gravitacional que no contribuye en absoluto a la masa gravitacional pasiva. La densidad media de la Luna es 3,34 g/cm$^3$ y la de la Tierra es 5,51 g/cm$^3$. El radio de la Luna es 1737 km.

4. Hartle ejercicio 6.3 sobre doblamiento de la luz (a partir del principio de equivalencia).

5. Hartle ejercicio 6.11 sobre dilación gravitacional del tiempo.

6. **Aceleraciones inerciales en un referencial en rotación.** Sean $z^\alpha$ coordenadas espacio-temporales inerciales. (Las partículas libres se mueven sin aceleración en estas coordenadas.) Sean $x^\mu$ coordenadas en rotación uniforme con velocidad angular $\Omega$ :

$$z^0 = x^0 \quad , \quad z^3 = x^3 \quad , \quad z^1 = x^1 \cos(\Omega x^0) - x^2 \sin(\Omega x^0) \quad ,$$

$$z^2 = x^1\, sen(\Omega x^0) + x^2 \cos(\Omega x^0) \quad .$$

La coordenada $z^0 = x^0$ juega el papel de tiempo en la rotación, y por tanto la vamos a llamar también $t$ .

Demostrar que la aceleración de una partícula libre en coordenadas $x^\mu$ es $\frac{d^2 x^\sigma}{dt^2} = -\Gamma^\sigma_{\mu\nu} \frac{d x^\mu}{dt} \frac{d x^\nu}{dt}$ con $\Gamma^1_{00} = -\Omega^2 x^1$ , $\Gamma^2_{00} = -\Omega^2 x^2$ , $\Gamma^1_{02} = \Gamma^1_{20} = -\Omega$ , $\Gamma^2_{01} = \Gamma^2_{10} = \Omega$ , siendo los únicos $\Gamma^\sigma_{\mu\nu}$ que son no cero. Verificar que esto es equivalente al resultado estándar $\frac{d\vec{v}}{dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{v} + \Omega^2 \vec{r}_{perp}$ con $\vec{v} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$ , $\vec{r}_{perp} = \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ 0 \end{bmatrix}$ , $\vec{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{bmatrix}$ .