

Práctico 3 - Determinantes

1. Calcular los siguientes determinantes.

$$\begin{vmatrix} -5 & 10 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & 7 & -5 & 4 \\ 6 & -3 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 20 & 100 & 17 & 25 \\ 0 & -2 & 23 & 52 & 30 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. a) Sea  $A$  una matriz  $4 \times 4$  tal que  $\det(A) = -3$ . Calcular  $\det(-2A)$ .  
 b) Sea  $A$  una matriz  $5 \times 5$  tal que  $\det(A) = -3$ . Calcular  $\det(-2A)$ .
3. Mostrar con un ejemplo que en general es  $\det(A + B) \neq \det(A) + \det(B)$ .
4. Sean  $A, B$  dos matrices de  $3 \times 3$  tales que  $\det(A) = 2$  y  $\det(B^t) = -5$ . Calcular

$$\det(3A), \quad \det(A^4), \quad \det(AB), \quad \det(2BA^t).$$

5. Sabiendo que vale  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$ , calcular los siguientes determinantes

$$\begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \\ -g & -h & -i \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ d-3a & e-3b & f-3c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a+5c & 3b & c \\ d+5f & 3e & f \\ 2g+10i & 6h & 2i \end{vmatrix}.$$

6. Se consideran los siguientes sistemas

$$\begin{cases} 2x + \lambda y = 0 \\ 5x + 3y = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \lambda x + 2y + 3z = 0 \\ 2\lambda x + (\lambda + 3)y + 7z = 0 \\ \lambda x + 2y + (\lambda + 4)z = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \lambda x + \lambda z = 0 \\ x + 3z + \lambda t = 0 \\ \lambda x + y + (\lambda - 2)z = 0 \\ \lambda x + y + z + t = 0 \end{cases}.$$

Para cada uno de ellos se pide lo siguiente.

- a) Hallar los valores de  $\lambda$  para los cuales el sistema admite soluciones no triviales.  
*Sugerencia:* aplicar determinantes.
- b) Para los valores de  $\lambda$  encontrados, dar una solución no trivial del sistema.
7. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, discutiendo según el valor del parámetro.

$$\begin{cases} mx + y + z = 3 \\ x + my + z = 3 \\ x + y + mz = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} ax + ay + (a - a^2)z = a \\ x + y + z = 2 \\ ay + az = 2 \end{cases}$$