

# Taller de modelización matemática y computacional en Biociencias

## Introducción

Andrés Pomi - 2021

# La ciencia Jónica

**Siglos VII al VI a.C.**, donde se originaron las ideas de un cosmos ordenado y matemático, capaz de ser comprendido, lleno de misterios por revelar, con una materia compuesta por átomos, generada por la acción de fuerzas opuestas que se mantenían en pugna, buscando el equilibrio





# La Academia de Atenas

siglo IV a.C.

Ἄγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω

“Prohibida la entrada a quienes no saben geometría”

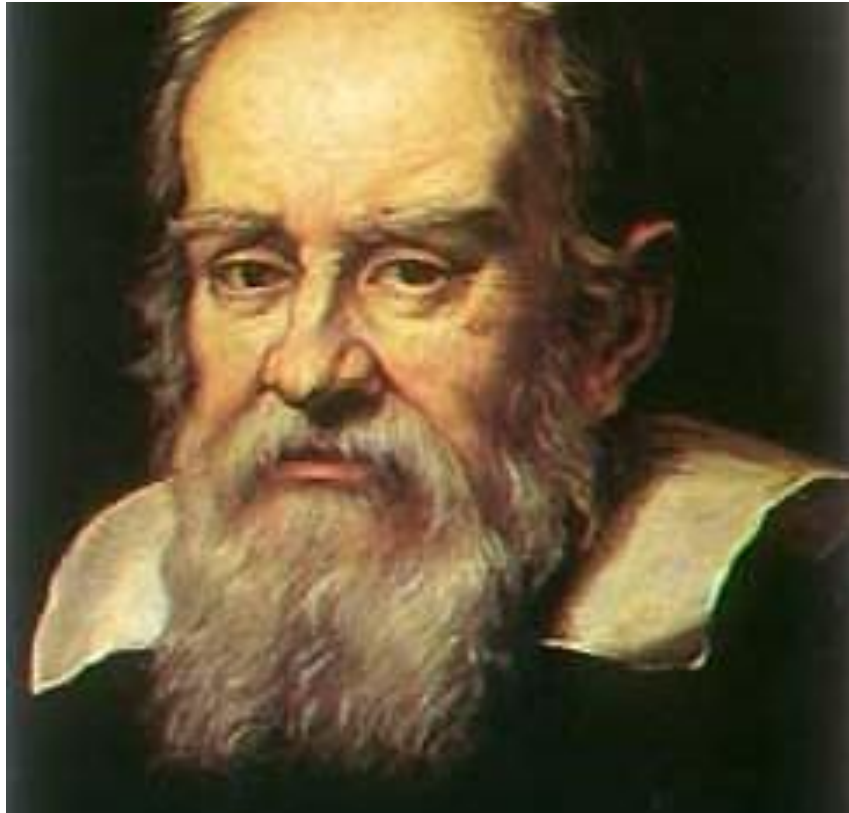
*(Inscripción en el frontispicio de La Academia de Platón)*

La Escuela de Atenas  
Rafael Sanzio – s XVI



# Galileo (1564-1642)

## El lenguaje de las matemáticas



*“La filosofía [natural] está escrita en ese grandioso libro que tenemos abierto ante los ojos, (quiero decir, el universo), pero no se puede entender si antes no se aprende a entender la lengua, a conocer los caracteres en los que está escrito. Está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto”.*



# Geometría



1482 – 1ª edición impresa de los Elementos de Euclides





### Mujer enseñando geometría

Ilustración al comienzo de una traducción medieval de los Elementos de Euclides (c. 1310)





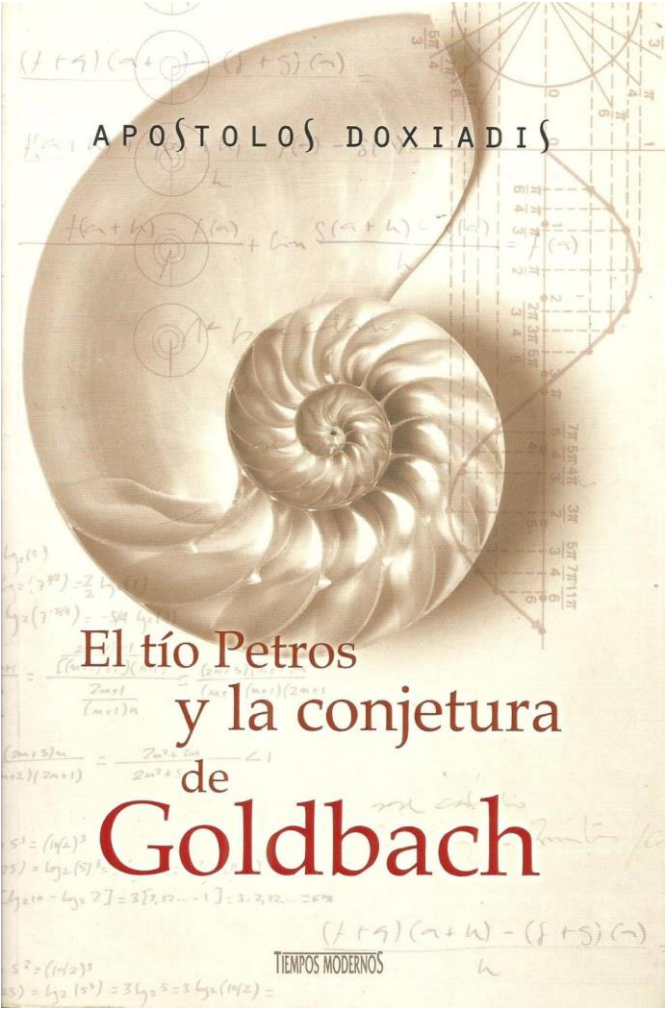
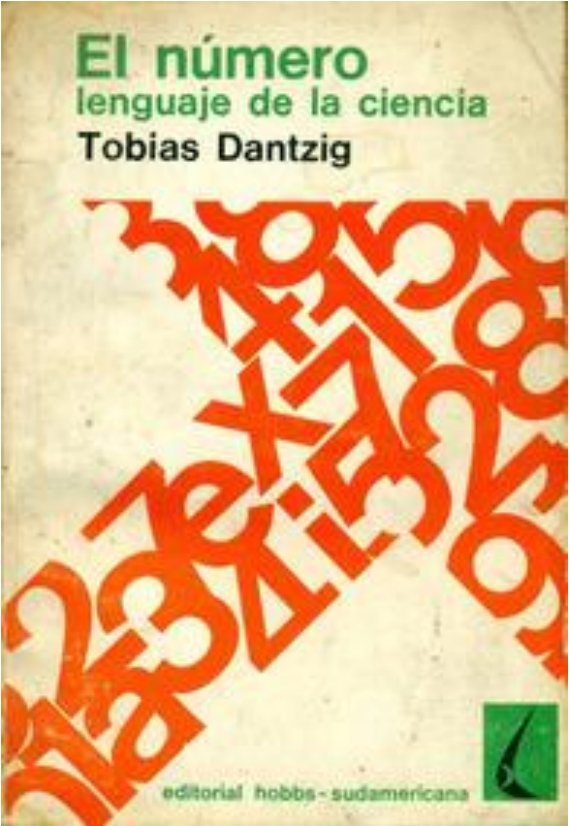
The compass in this 13th-century manuscript is a symbol of God's act of Creation.



William Blake - *The Ancient of Days*  
1794

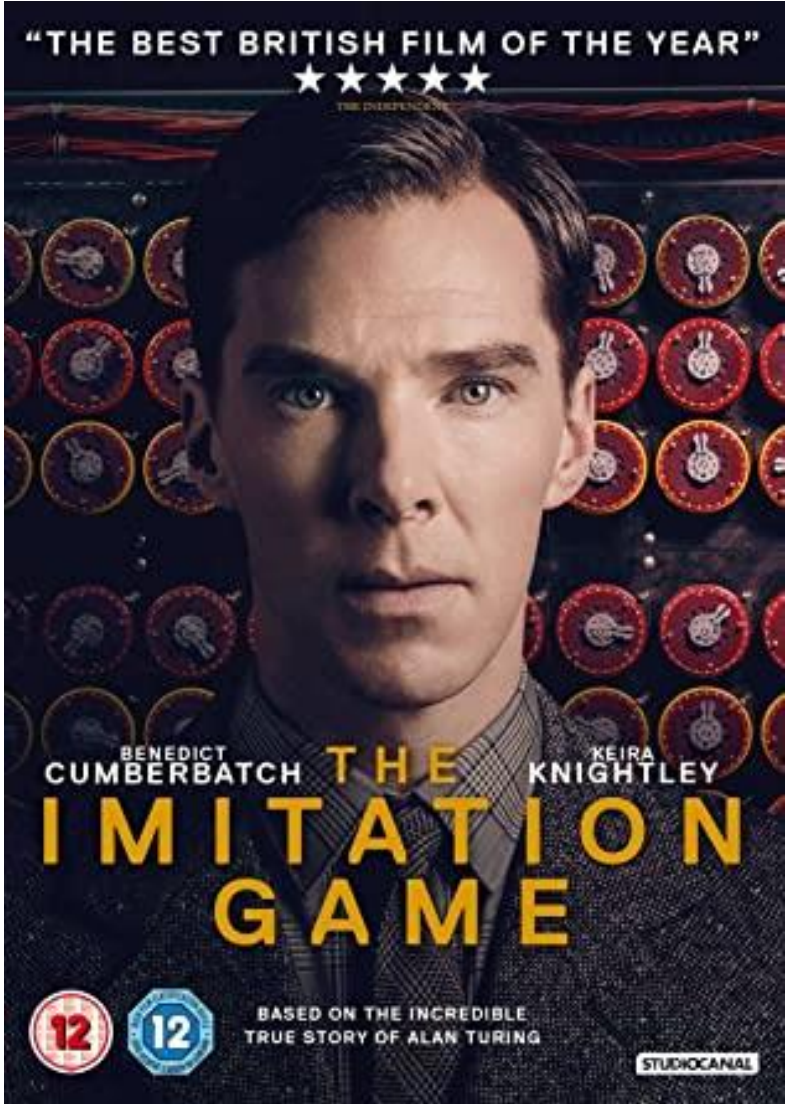


# Número



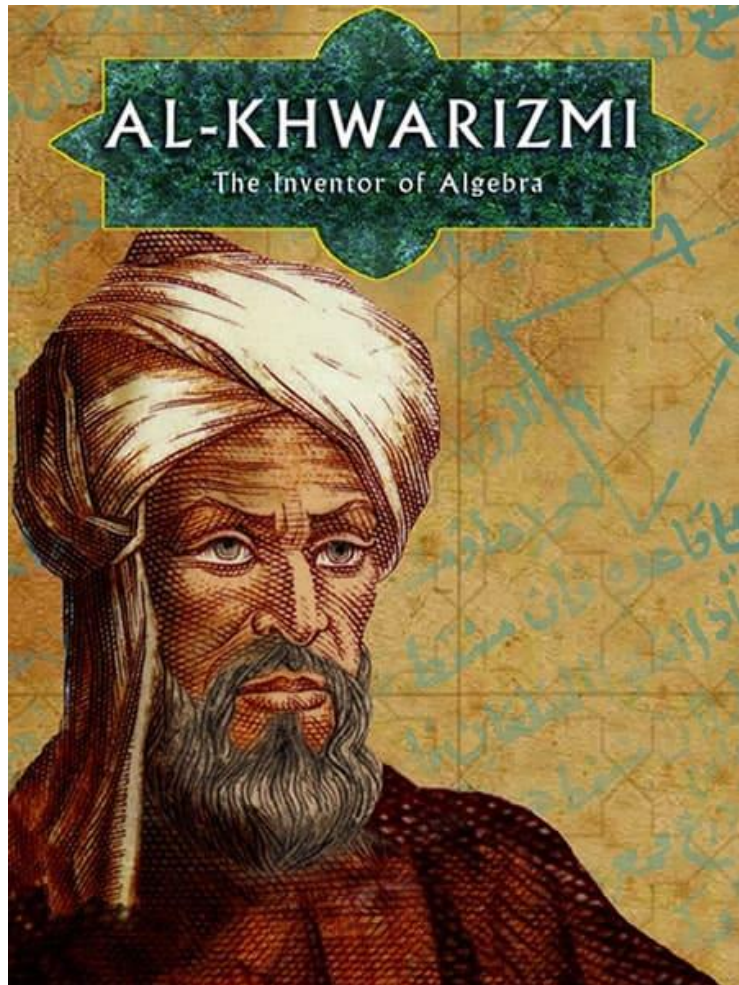
**Criba de Eratóstenes**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100





# Álgebra



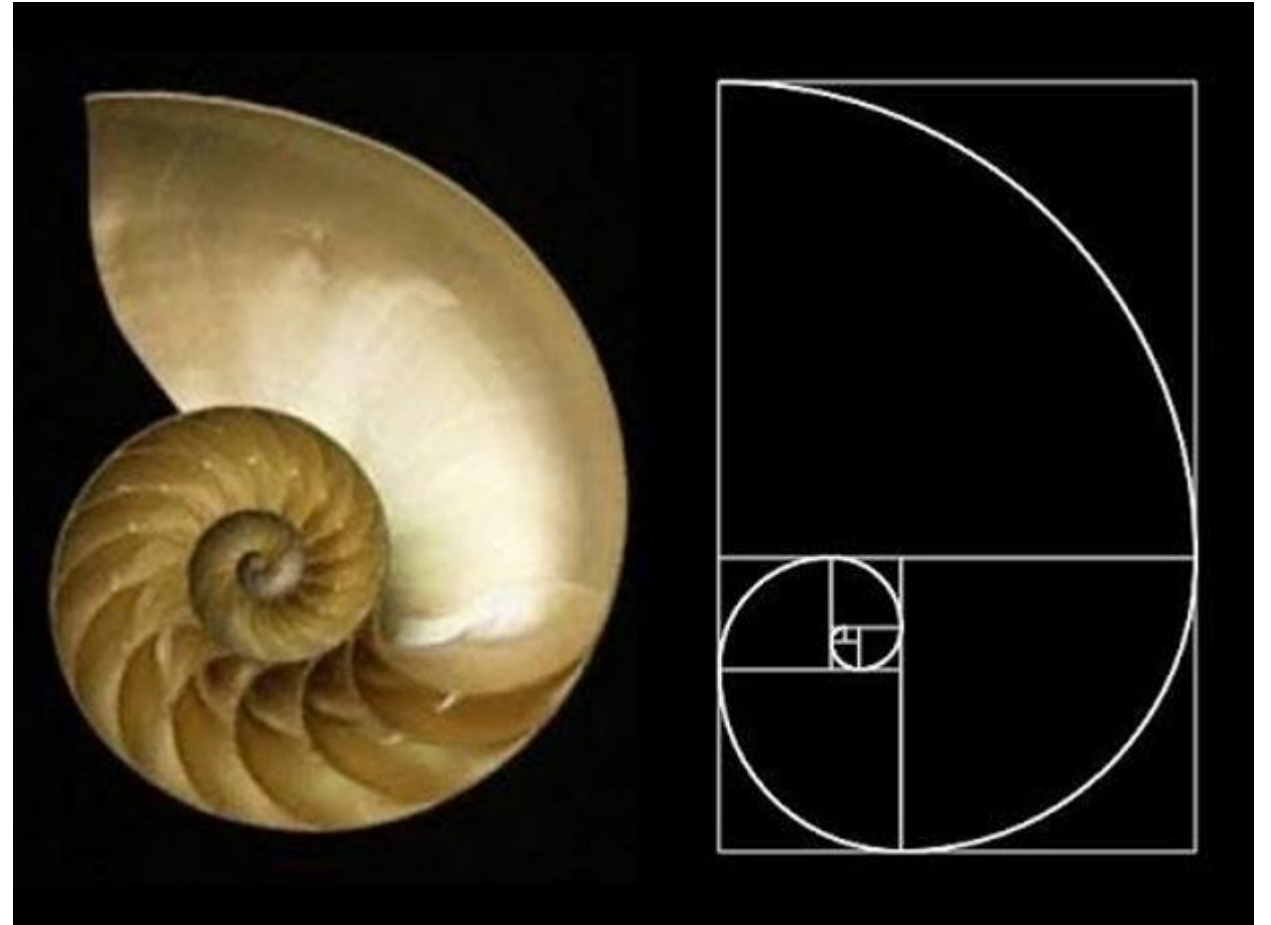
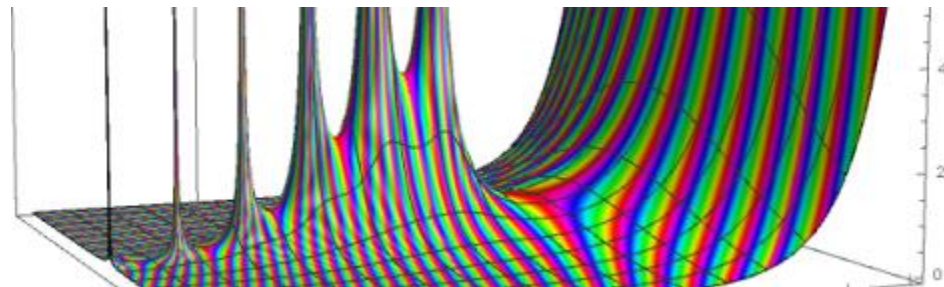
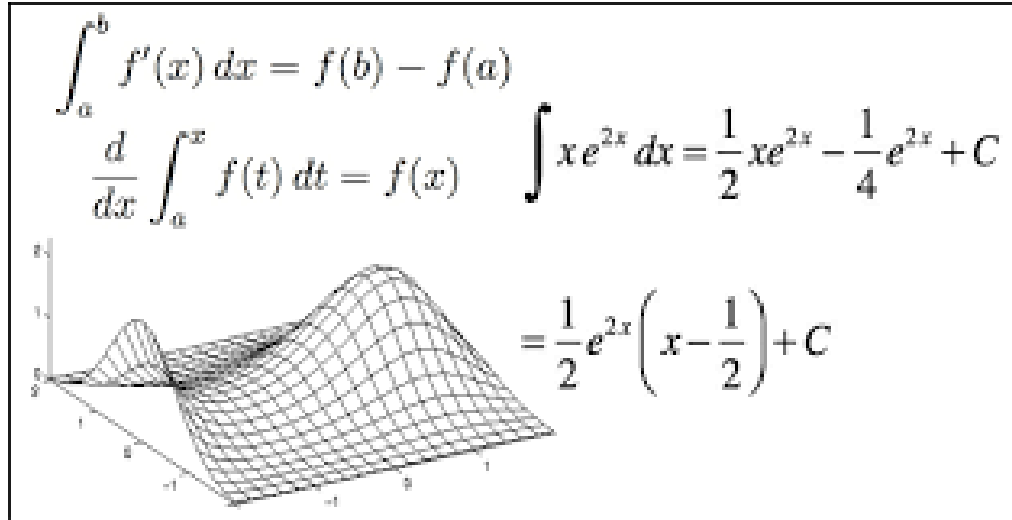
La historia del Álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia, donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ( $ax = b$ ) y ecuaciones cuadráticas ( $ax^2 + bx = c$ ), así como ecuaciones indeterminadas como ( $x^2 + y^2 = z^2$ ), con varias incógnitas.

En las civilizaciones antiguas se escribían las expresiones algebraicas utilizando abreviaturas sólo ocasionalmente; sin embargo, en la edad media, los matemáticos árabes fueron capaces de describir cualquier potencia de la incógnita "x", y desarrollaron el álgebra fundamental de los polinomios, aunque sin usar los símbolos modernos.



# Cálculo – Análisis

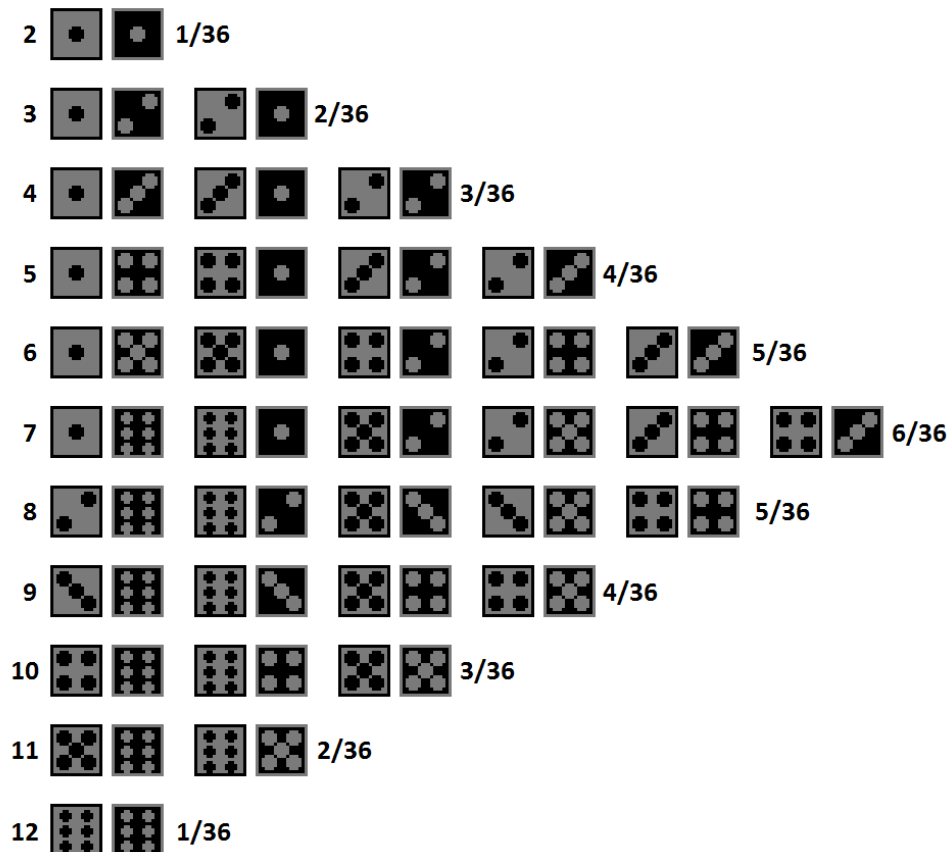
s. XVII: Newton, Leibniz





# Probabilidad

s. XVII: Fermat, Pascal



## Bayes Theorem

Likelihood

Probability of collecting  
this data when our  
hypothesis is true

Prior

The probability of the  
hypothesis being true  
before collecting data

$$P(H|D) = \frac{P(D|H) P(H)}{P(D)}$$

Posterior

The probability of our  
hypothesis being true given  
the data collected

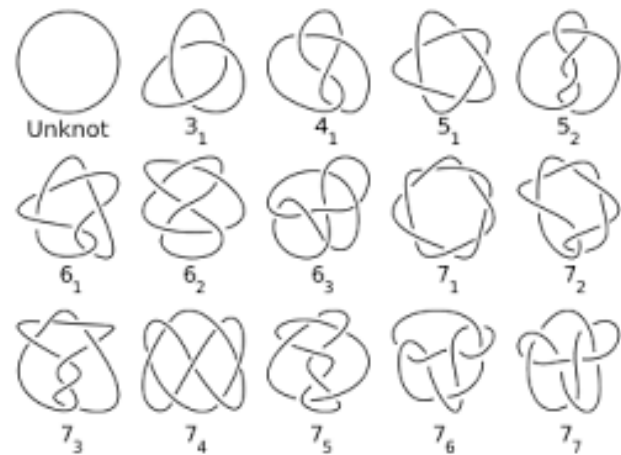
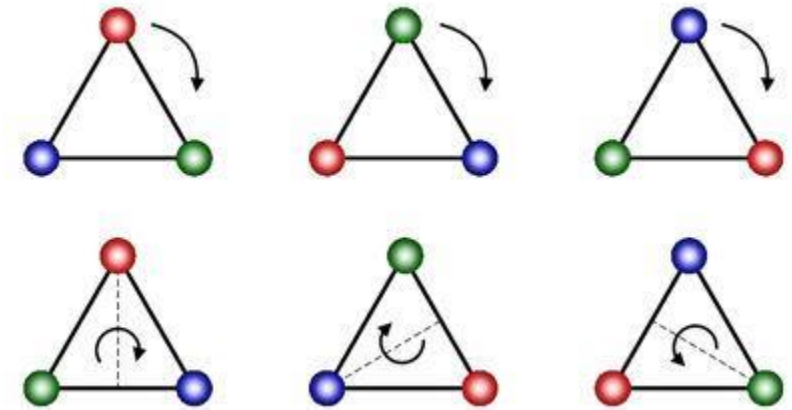
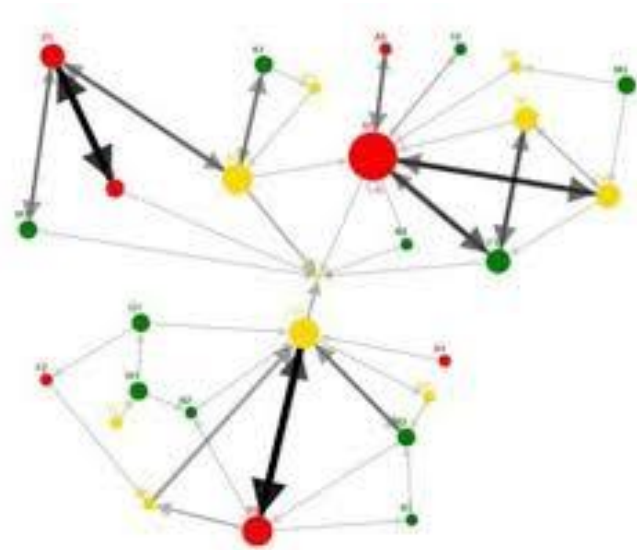
Marginal

What is the probability of  
collecting this data under  
all possible hypotheses?



# Herramientas más sofisticadas:

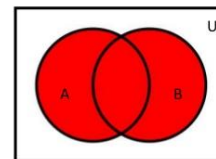
## Topología. Conjuntos y relaciones. Grafos. Grupos.



Diagramas de Venn

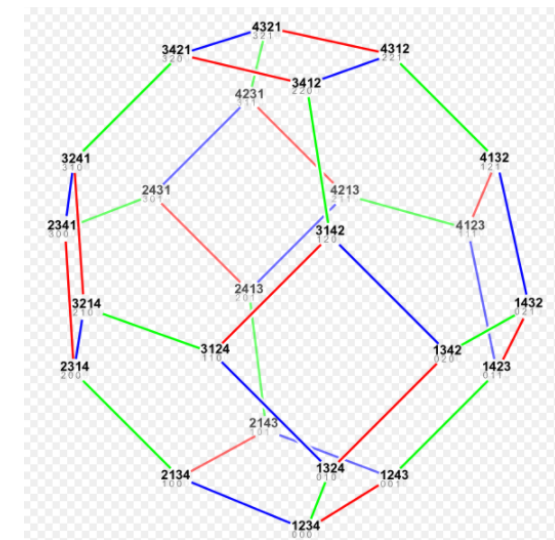
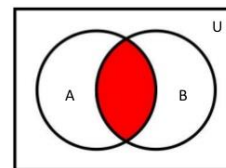
- Unión.

$$A \cup B$$

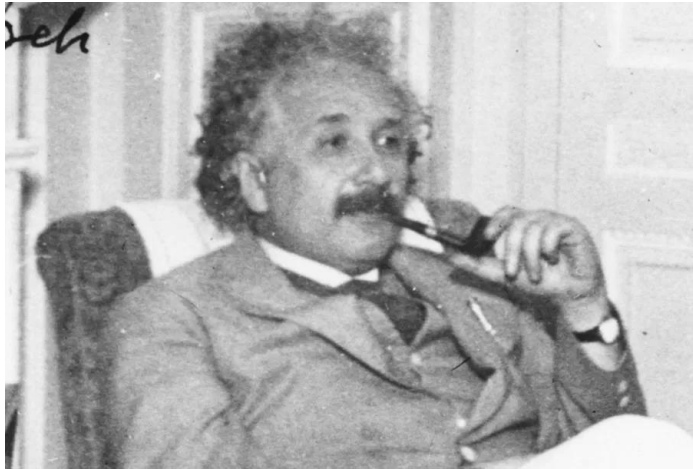


- Intersección

$$A \cap B$$



# La matemática y la realidad



Ya Albert Einstein en su interesante ensayo de 1921 "**Geometrie und Erfahrung**" (Geometría y Experiencia), cuyo texto completo en inglés lo tenéis [aquí](#), escribió sobre ello

*"Es increíble que la matemática, habiendo sido creada por la mente humana, logre describir la naturaleza con tanta precisión".*

Años más tarde, en 1961, otro gran físico y matemático, Eugene Wigner (premio nobel de física por sus aportaciones a la física nuclear y pionero en el uso de la teoría de grupos en la física) también escribió un influyente artículo sobre el tema titulado **Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences** (La irrazonable efectividad de las Matemáticas in las ciencias naturales) en cuyo final sentenció:

*"El milagro de la adecuación del lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que ni entendemos ni merecemos."*



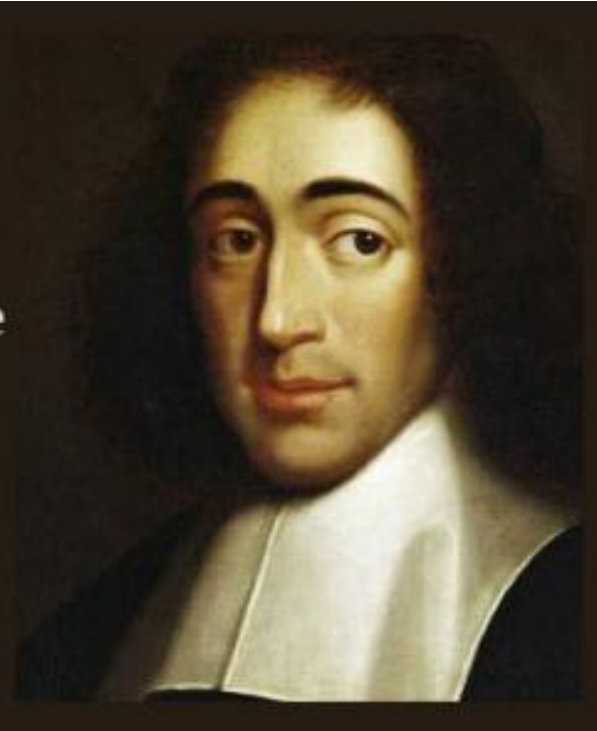




# Baruch Spinoza (1632-1677)

"Un hombre libre es aquel que vive sólo según dictados de la razón."

*Baruch Spinoza*



## E T H I C A

Ordine Geometrico demonstrata,

E-T

In quibus Præter affirmata,  
de quibus agitur,

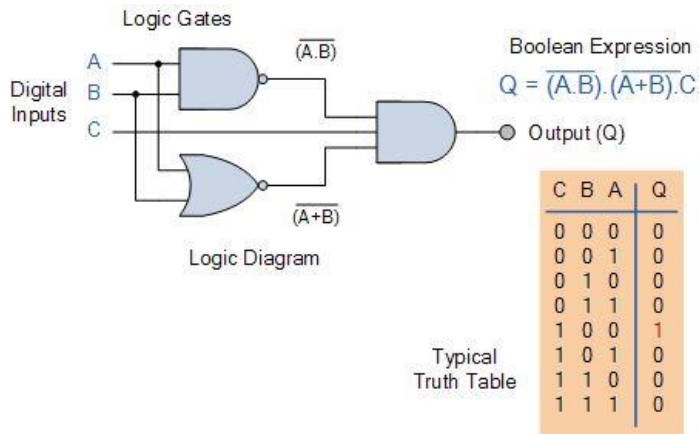
- I. De Deo.
- II. De Natura & Origine Mente.
- III. De Origine & Natura Affectuum.
- IV. De Servitute Humana, seu de Libertate Virium.
- V. De Potestate Incessante, seu de Libertate Humana.



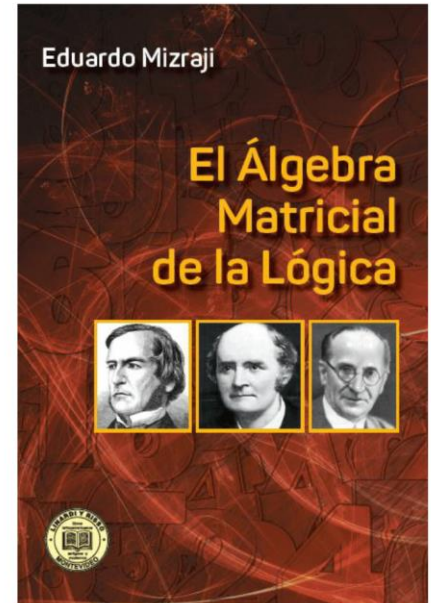
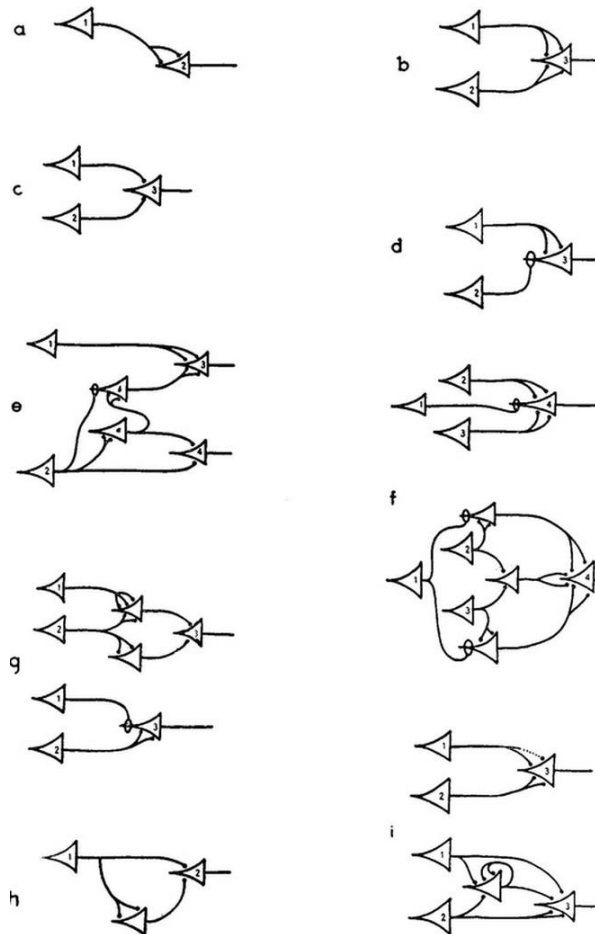
# Del lenguaje al símbolo: la lógica

No.	Truth Table	In Words	PWR	Polish	McCulloch	Logic Alphabet
1	FFFF	Contradiction	Contradiction	O	×	o
2	FFFT	Not-A and Not-B	$\sim A \cdot \sim B$	X	×	p
3	FFTF	Not-A and B	$\sim A \cdot B$	M	×	b
4	FTFF	A and Not-B	$A \cdot \sim B$	L	×	q
5	TFFF	A and B	$A \cdot B$	K	×	d
6	TTFF	A	A	I	×	c
7	TFTF	B	B	H	×	u
8	TFFT	A equivalent B	$A \equiv B$	E	×	s
9	FTTF	A or else B	$A \wedge B$	J	×	z
10	FTFT	Not-B	$\sim B$	G	×	n
11	FFTT	Not-A	$\sim A$	F	×	o
12	FTTT	Not-A or Not-B	$A/B$	D	×	h
13	TFTT	if A, then B	$A \supset B$	C	×	p
14	TTFT	if B, then A	$B \supset A$	B	×	d
15	TTTF	A or B	$A \vee B$	A	×	y
16	TTTT	Tautology	Tautology	V	×	x

Basic statement	Equivalent
$p \vee q$	$q \vee p$
$p \wedge q$	$q \wedge p$
$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
	$\neg q \rightarrow \neg p$
$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
	$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$
$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$
$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$
$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \rightarrow (q \vee r)$	$(p \wedge \neg q) \rightarrow r$



## McCulloch-Pitts neural circuits



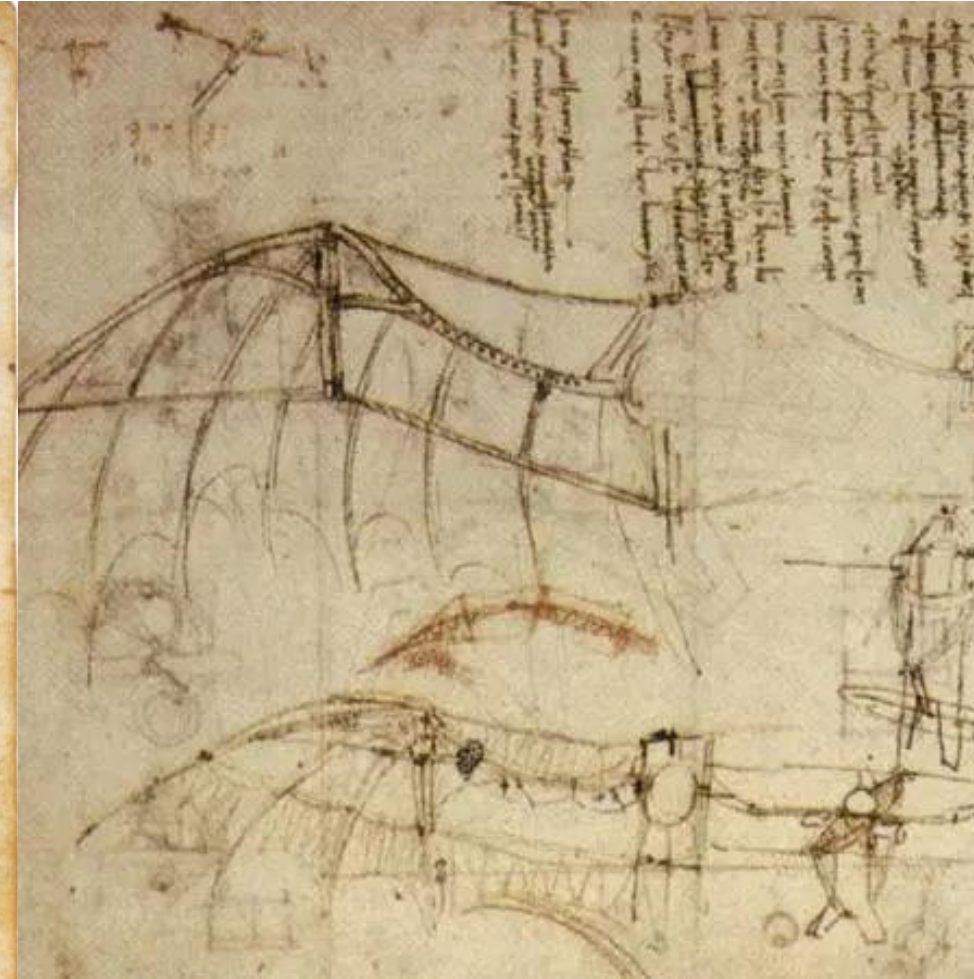
# ¿Y la Biología?

- ¿Es una excepción?
- ¿Qué tiene que ver la matemática con la biología?



# Leonardo: en busca de la razón del mundo (1452-1519)

del crecimiento de árboles en el Ms. A 78ii  
anillos o niveles de igual en la sección transversal





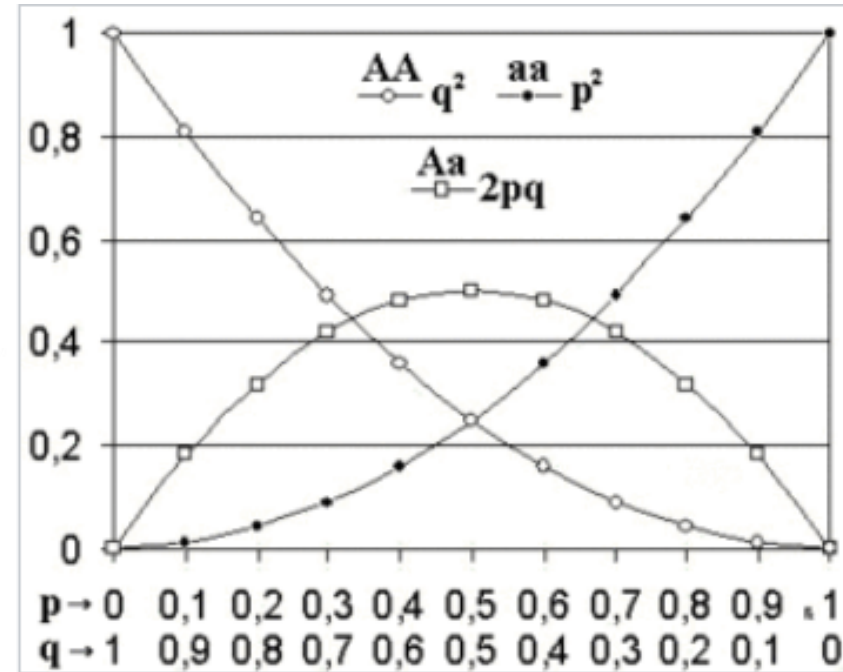
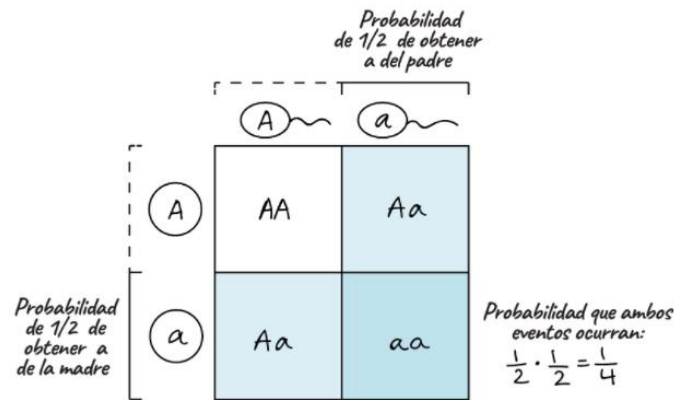
# Un monje en el jardín (s XIX)



GREGOR MENDEL

*The Friar Who Grew Peas*

by Cheryl Bardoe illustrated by Jos. A. Smith



El principio de Hardy-Weinberg para dos alelos: el eje horizontal muestra las dos frecuencias alélicas  $p$  y  $q$ , el eje vertical muestra la frecuencia de los genotipos y los tres posibles genotipos se representan por los distintos glifos.



# Mendel y Darwin: Neodarwinismo

## Teoría Genética De La Selección Natural



*La variabilidad potencial de los seres vivos es enorme, debido a la recombinación.*

*La selección natural es la encargada de conservar las combinaciones favorables de caracteres.*

*Las mutaciones favorables quedan incorporadas al "stock" genético de la especie por selección natural.*

Sir Ronald A. Fisher (1929)  
*The genetical theory of natural selection,*

## Teoría neutral (raíces)



S. Wright



R.A. Fisher

- Debate entre Fisher y Wright sobre la importancia del azar en evolución.
- Fisher: la deriva genética no es importante en las poblaciones naturales por que generalmente su tamaño es muy grande. El factor más importante son las fluctuaciones del coeficiente de selección.

# Historia natural de las poblaciones

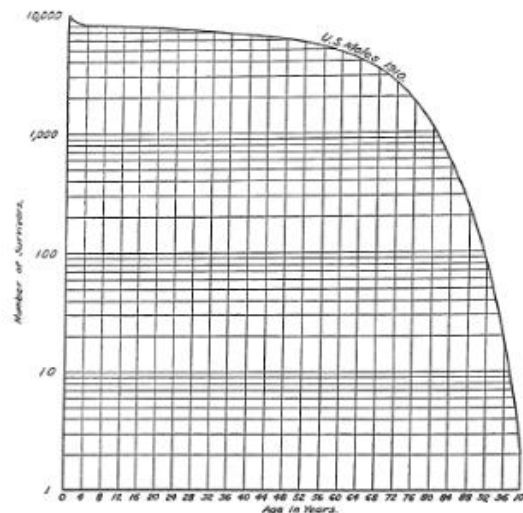
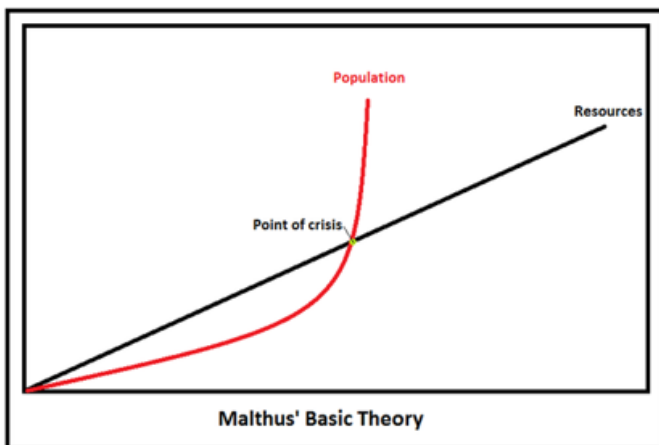


FIG. 18. SURVIVAL CURVE PLOTTED ON LOGARITHMIC SCALE.  
UNITED STATES 1910

Vol. 8, 1922

STATISTICS: A. J. LOTKA

339

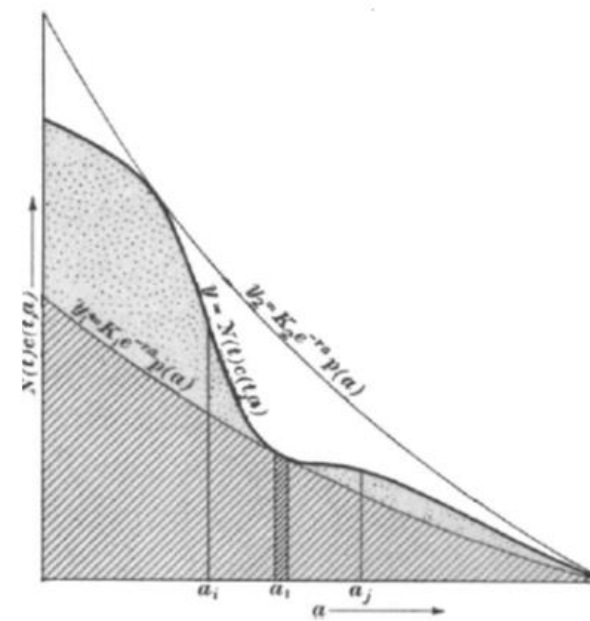
## THE STABILITY OF THE NORMAL AGE DISTRIBUTION<sup>1</sup>

BY ALFRED J. LOTKA

SCHOOL OF HYGIENE AND PUBLIC HEALTH, JOHNS HOPKINS UNIVERSITY

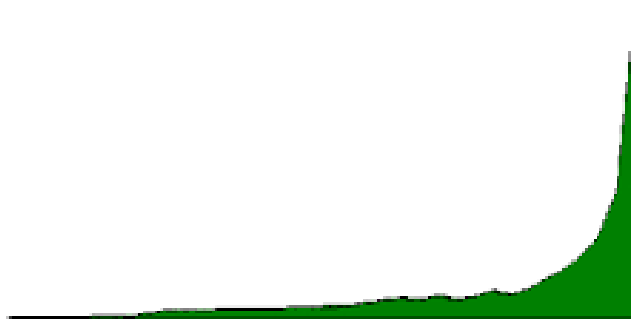
Communicated, September 13, 1922

There is a unique age distribution which, in certain circumstances,<sup>2</sup> has the property of perpetuating itself when once set up in a population. This fact is easily established,<sup>3</sup> as is also the analytical form of this unique *fixed* or *normal* age distribution.



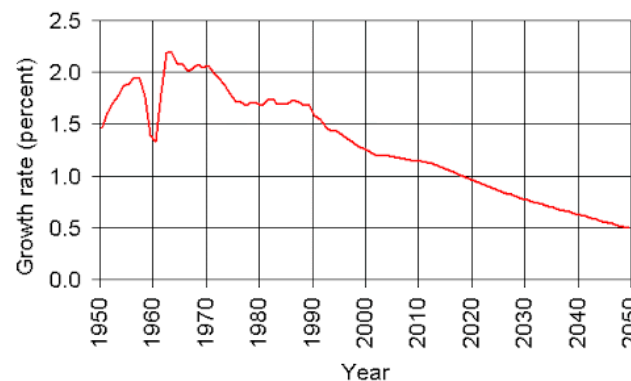
## Crecimiento de la población mundial

Población total



Desde el año 10.000 a.C. hasta el 2000 d.C

## World Population Growth Rates: 1950-2050



Source: U.S. Census Bureau, International Data Base, July 2007 version.



# Modelos de interacción entre poblaciones

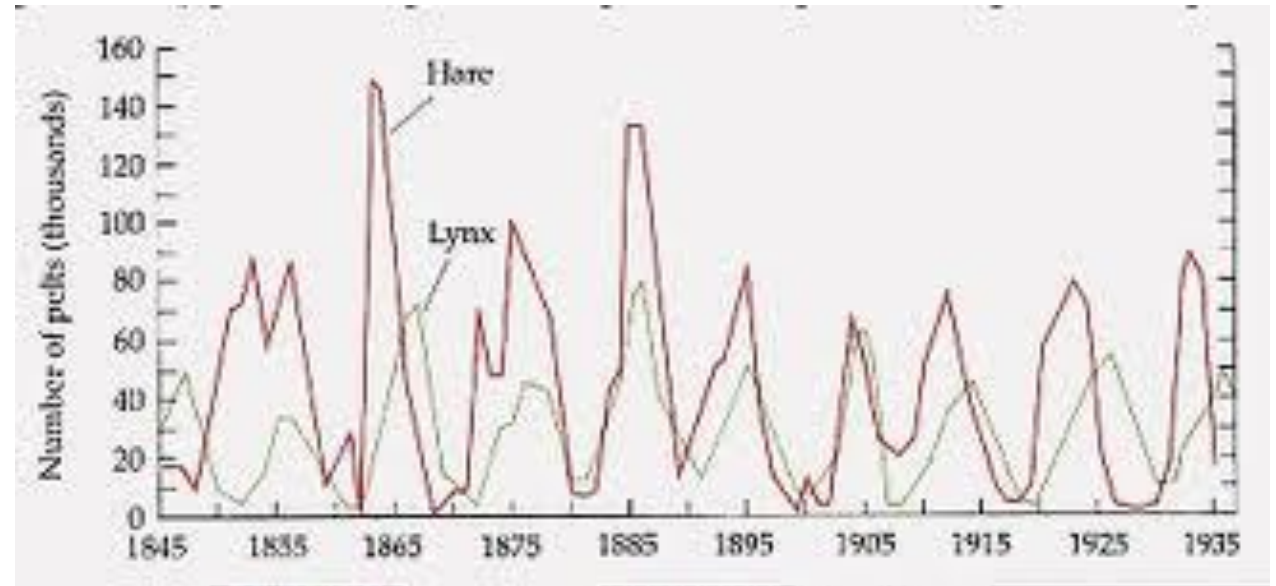
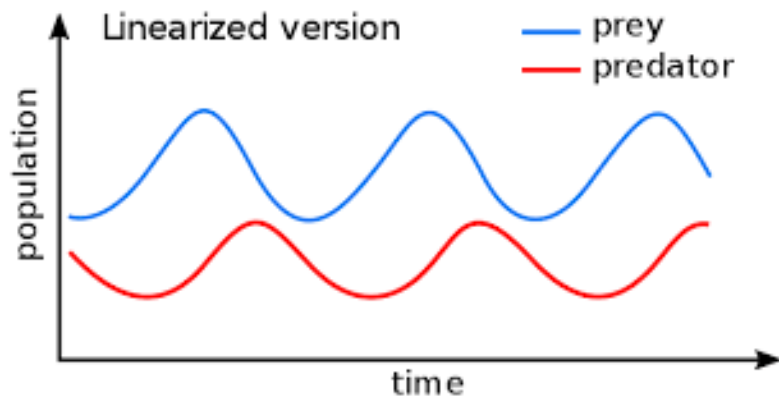
- Modelo de Lotka y Volterra

$$\frac{dP}{dt} = aP - bPD$$

$$\frac{dD}{dt} = a'PD - b'D$$

P : población de presas

D : población de depredadores

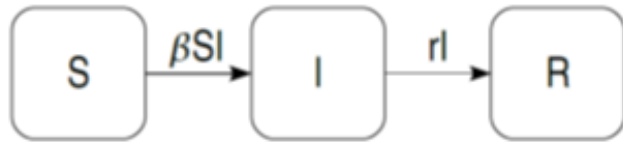


# Modelos de epidemias

## El modelo epidémico de Kermack-McKendrick

Denominación actual: Modelo SIR (Susceptibles, Infectados, Recuperados)

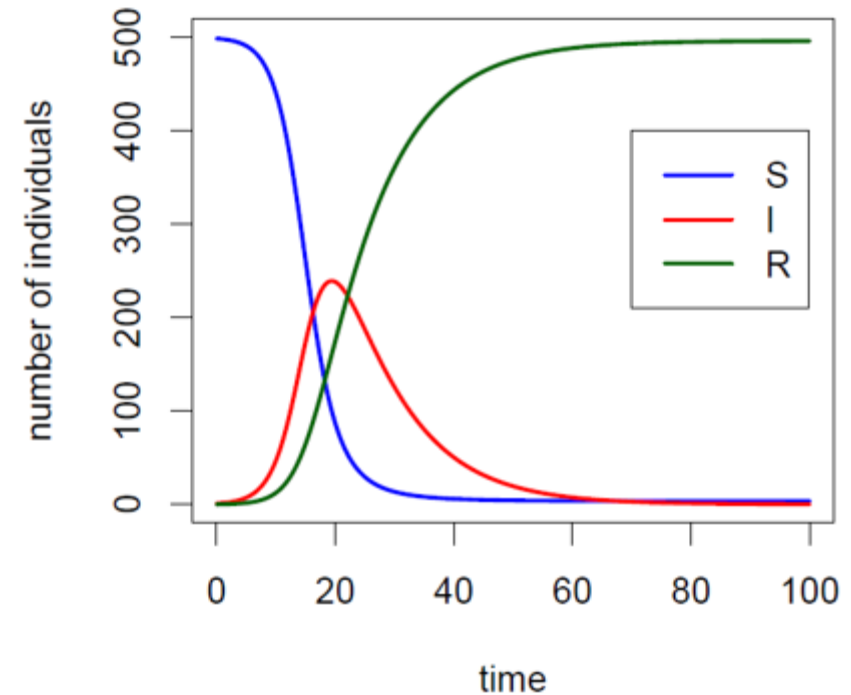
Esta clase de modelo surge de la adaptación de la Ley de Acción de Masas a la epidemiología



$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - rI$$

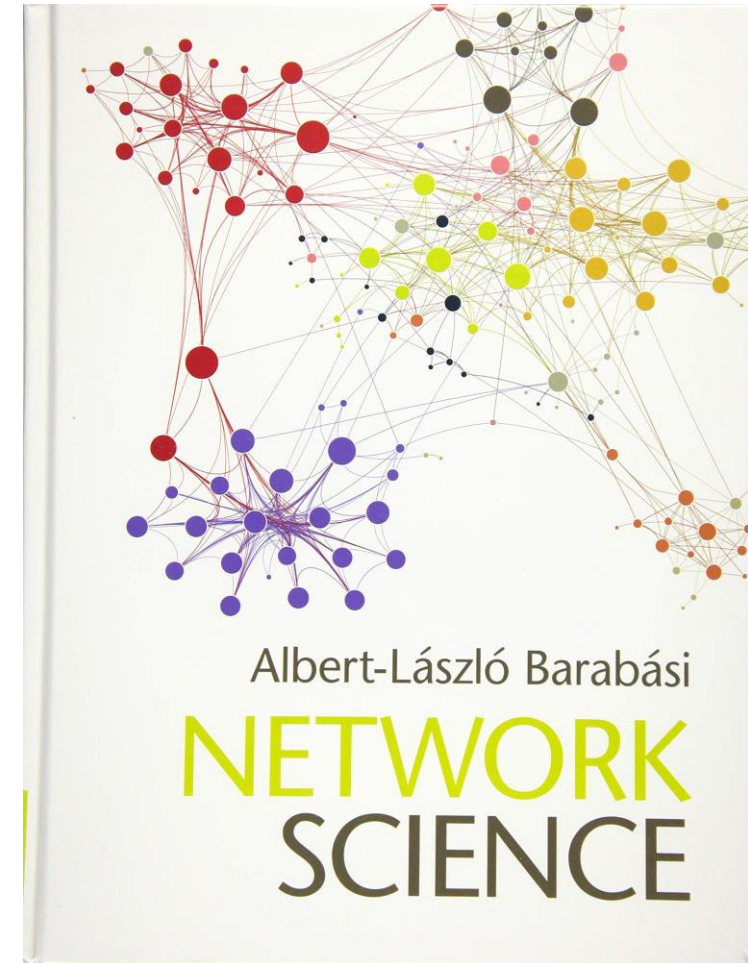
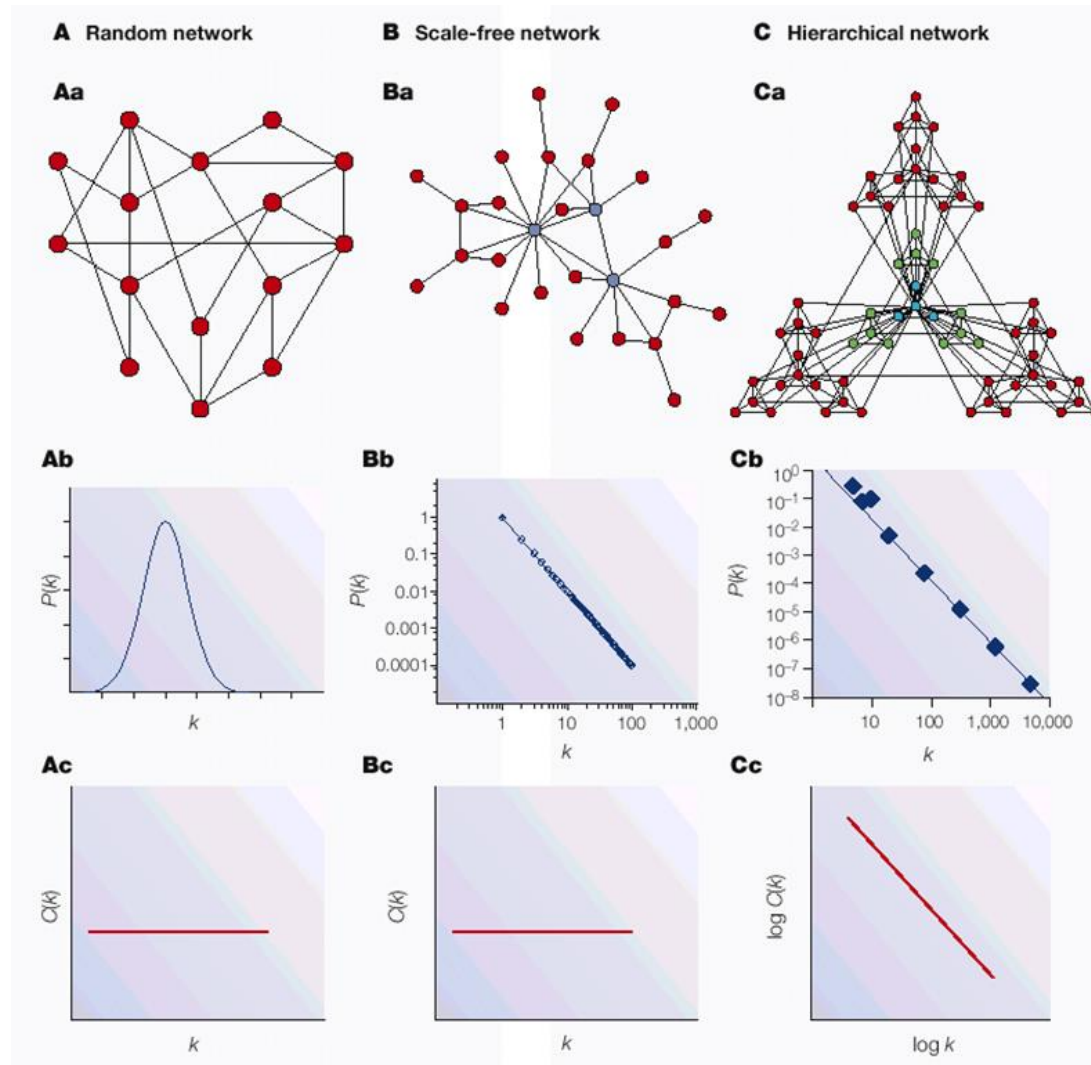
$$\frac{dR}{dt} = rI$$



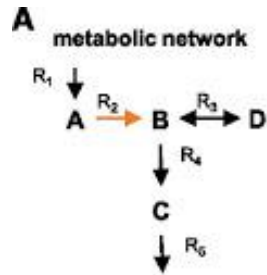


# Modelos de conectividad

## Redes complejas

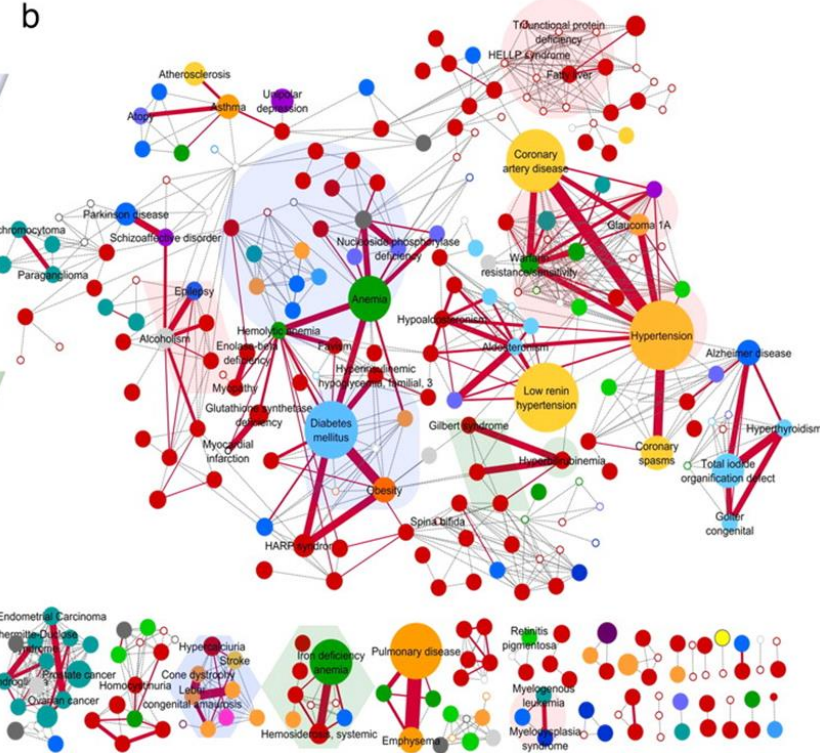
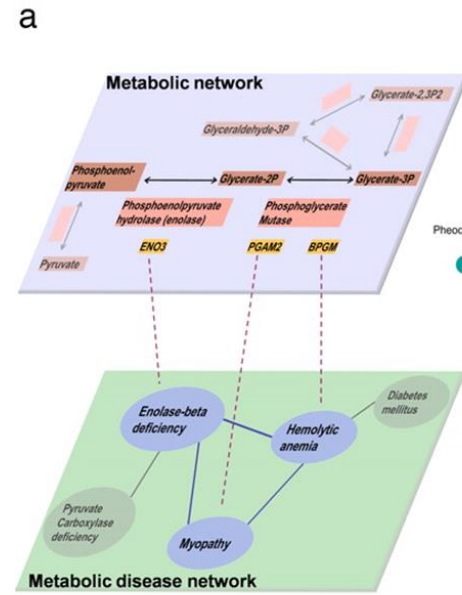
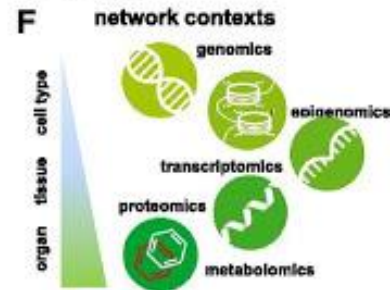
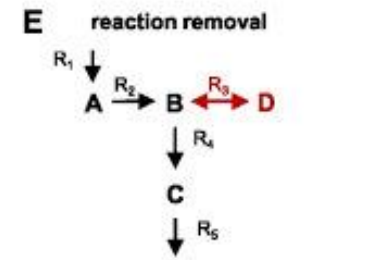
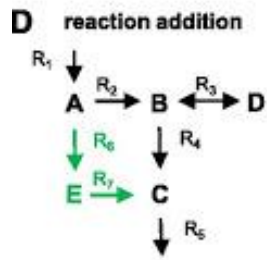
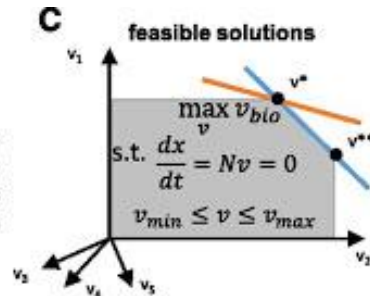


# Modelos en cinética química y metabolismo



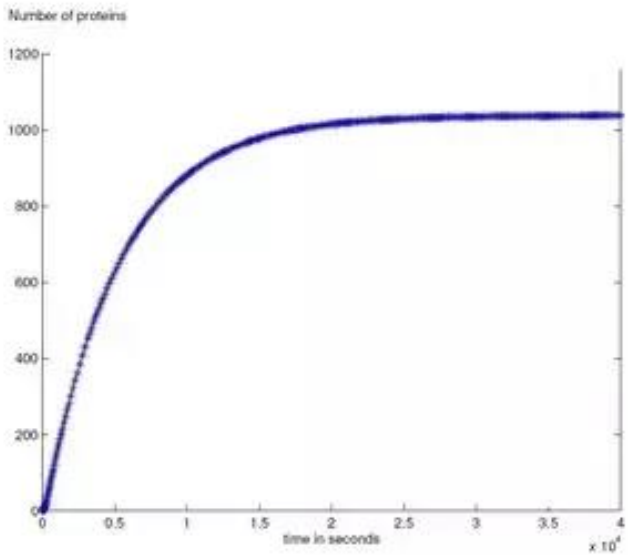
**B stoichiometric matrix**

$$N = \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & R_3 & R_4 & R_5 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix}$$

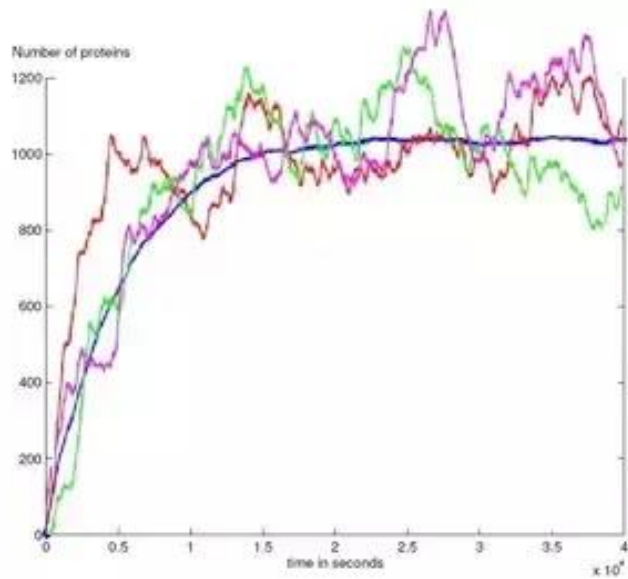




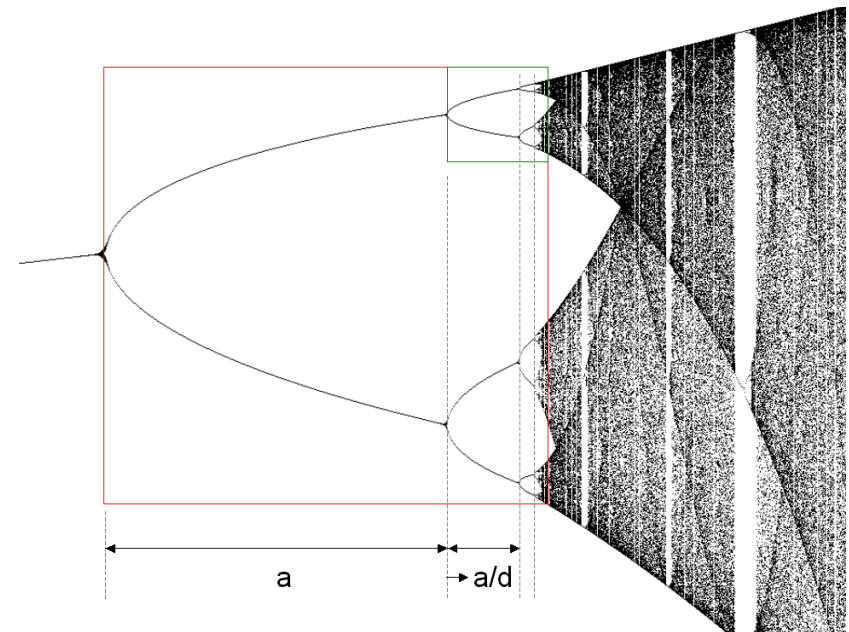
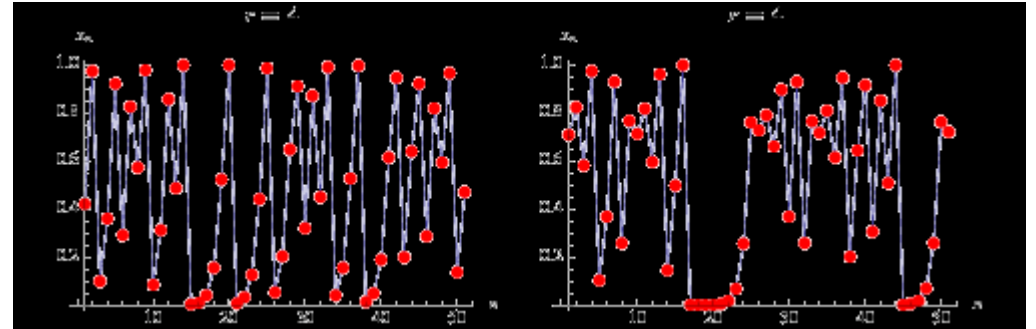
# El azar y la necesidad



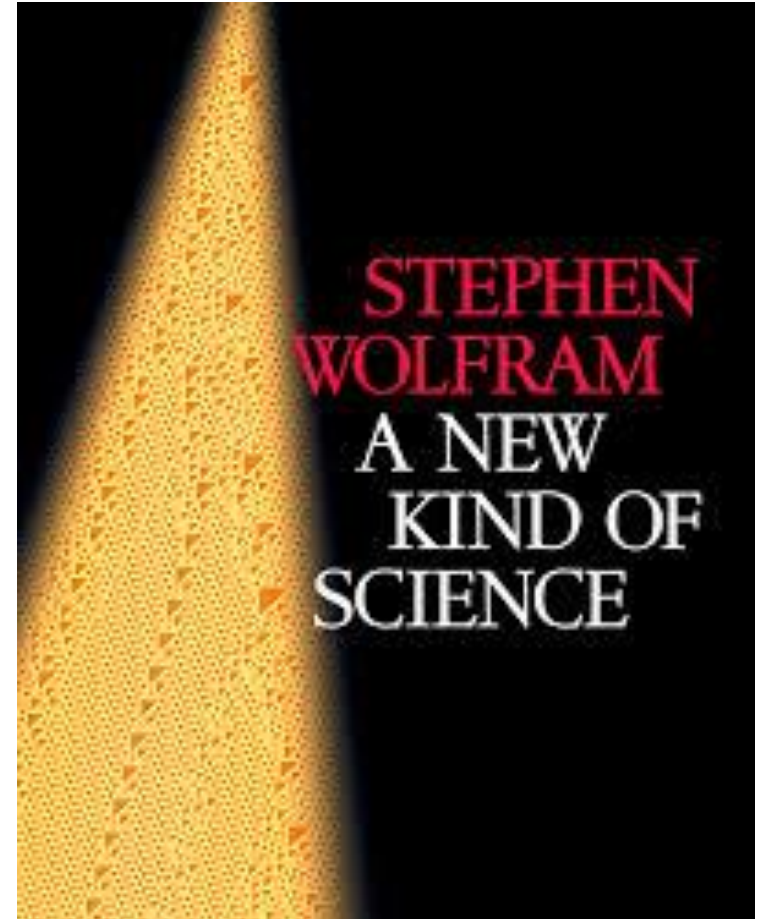
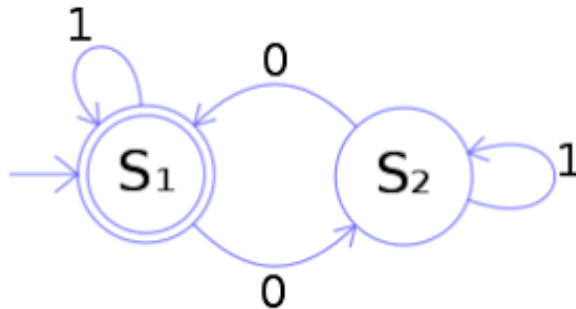
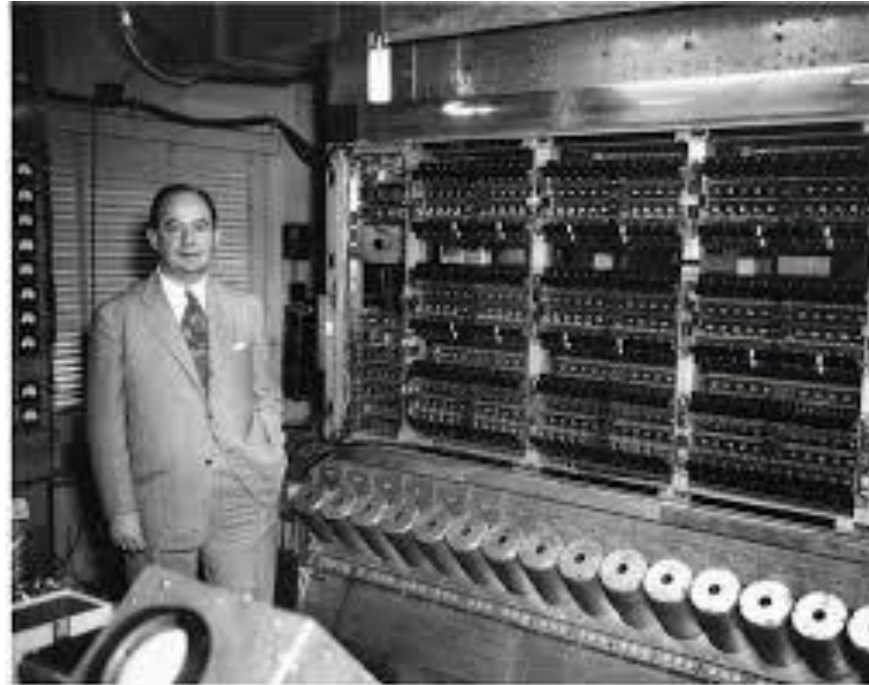
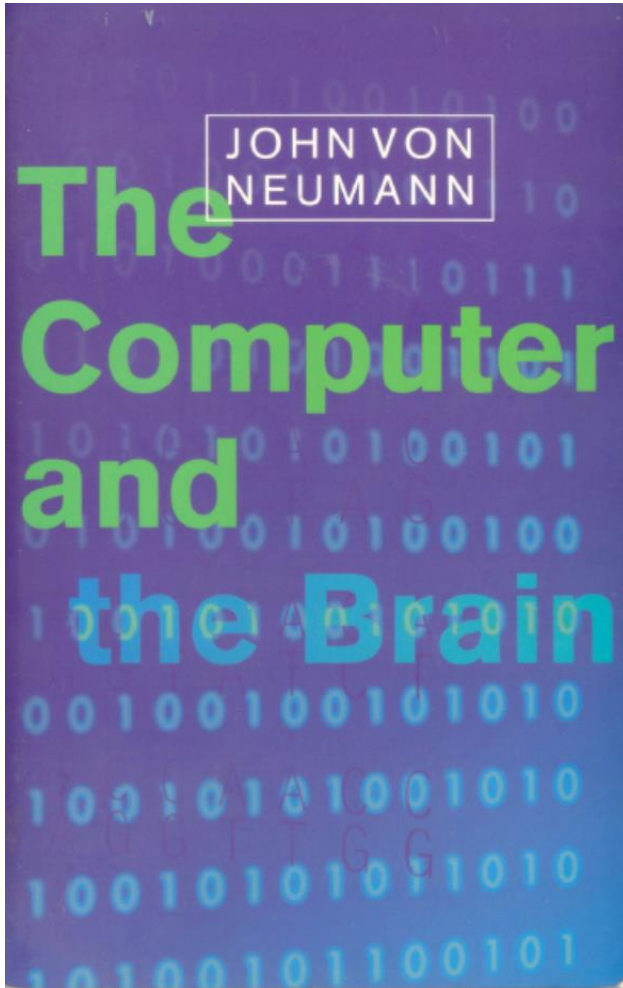
Deterministic description



Stochastic description (average over 200 cells in blue and three single cells in other colours)

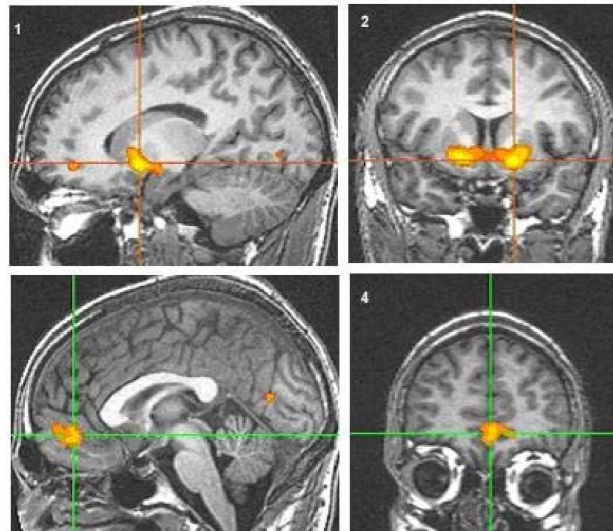
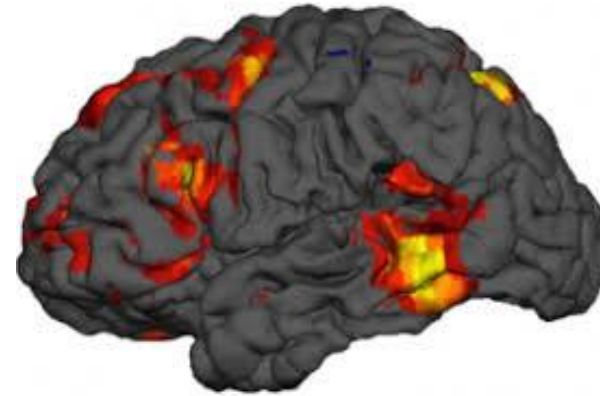


# La computación, las computadoras y la ciencia actual





# Modelos de Redes Neuronales



3270

A. Pomi, E. Mizraji, and J. Lin

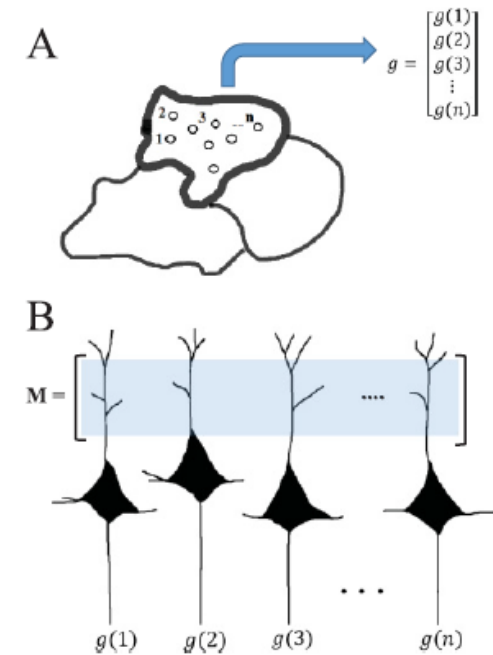


Figure 2: A neural topographical pattern  $\mathfrak{S}$  with different cortical regions and their matrix representation. (A) Neurons within a cluster  $\Omega_R$ , with an arbitrary ordinal numeration, naturally map on high-dimensional vectors  $\mathbf{g}$ , where each coefficient  $g(i)$  represents the activity of a neuron. (B) The whole set of synaptic contacts within the dendritic trees of the population of neurons supports the memory that stores the history of associations between afferent stimuli and efferent activity of neurons  $g(i)$ . The coefficients of matrix  $M$  represent the strength of these synaptic contacts.

# Entonces: ¿cuál es el valor de un modelo matemático?

## Ejemplo-1: Teoría de la Relatividad General

- La desviación de la trayectoria de la luz
- La constante cosmológica y la expansión del Universo
- Singularidades y la existencia de agujeros negros

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

**Ejemplo-2: Teoría cuántica: Una consecuencia 'imposible'**. La paradoja de EPR y los estados enredados.

**El método de Einstein:** *Un modelo establecido en principios (no en datos).*

- Reproduce los hechos experimentales.
- Predice fenómenos que lo hacen refutable



# La cognición: el cruce entre la matemática y la realidad



Platón y Aristóteles



Eduardo Mizraji, 2012

Texto publicado en el ANUARIO 2012 de la Facultad de Ciencias, Universidad de la República, pp. 195-201, Montevideo, Uruguay.

## Morfología matemática y formas naturales

Según una clasificación esquemática y antigua las personas nacen platónicas o aristotélicas. El psicólogo y filósofo William James en su último libro "Problemas de la Filosofía, publicado póstumamente en 1911, escribe *"Al recorrer la historia de la metafísica nos damos cuenta enseguida de que dos actitudes espirituales bastante distintas se han ocupado con su guerrear. Llamémoslas la actitud racionalista y la actitud empirista. Dice al respecto el conocido aforismo de Coleridge que cada hombre nace o platónico o aristotélico. Al decir aristotélico quiere significar empirista; al decir platónico quiere significar racionalista (...)"*. Cauto, James comenta luego que por cierto tanto Platón como Aristóteles eran racionalistas en el contexto de sus respectivos discursos filosóficos. Jorge

**¡Muchas aventuras nos aguardan!**



# La reducción al absurdo de la naturaleza

*“Pero digo que me parece algo nuevo el que alguien pretenda anteponer el testimonio de los hombres a lo que nos muestra la experiencia.*

*El presentar tantos testimonios, Sr. Sarsi, no sirve para nada, puesto que nosotros nunca hemos negado que muchos hayan escrito y creído tal cosa, pero sí que hemos dicho que tal cosa es falsa; en cuanto a la autoridad, tanto vale la de uno solo, como la de cien juntos, para hacer que el efecto sea cierto o no. [...]*

*No puedo por menos de volver a maravillarme de que Sarsi insista en probarme mediante testimonios, lo que en cualquier momento puede verse mediante la experiencia”.*

*Galileo, 1623 en Il Saggiatore*