A

2. $A+B = A \triangledown B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, $AB := A \cap B$

$(\mathcal{P}(X), \triangledown, \cap, \emptyset, X)$ anillo conmutativo?

1) $(\mathcal{P}(X), \triangledown, \emptyset)$ grupo abeliano

2) $(\mathcal{P}(X), \cap, X)$ monoide abeliano

3) $\forall A, B, C \in \mathcal{P}(X) \Rightarrow A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$
$(A+B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$

- $A \cap (B \triangledown C) = A \cap [(B \setminus C) \cup (C \setminus B)]$

$= [A \cap (B \setminus C)] \cup [A \cap (C \setminus B)]$

$= [A \cap B \setminus A \cap C] \cup [A \cap C \setminus A \cap B]$

$= (A \cap B) \triangledown (A \cap C) = \underbrace{A \cap B}_{AB} + \underbrace{A \cap C}_{AC}$

- $(A+B)C = (A \triangledown B)C = [(A \setminus B) \cup (B \setminus A)]C$

$= [(A \setminus B) \cap C] \cup [(B \setminus A) \cap C]$

$= [(A \cap C) \setminus (B \cap C)] \cup [(B \cap C) \setminus (A \cap C)]$

$= (A \cap C) \triangledown (B \cap C) = A \cap C + B \cap C = AC + BC$

Digitalizado com CamScanner

∇ asociativo

$\forall A, B, C \in \mathcal{P}(X)$

1) • $A+(B+C) = A \nabla (B \nabla C) = (A \nabla B) \nabla C = (A+B)+C$

• $A + \phi = A \nabla \phi = \underbrace{(A \setminus \phi)}_{A} \cup \underbrace{(\phi \setminus A)}_{\phi} = A$

$\phi \nabla A = (\phi \setminus A) \cup (A \setminus \phi) = \phi \cup A = A$

ϕ neutro de la suma

$\Rightarrow A + \phi = \phi + A = A \quad \forall A \in \mathcal{P}(X)$

• $\forall A \in \mathcal{P}(x) \Rightarrow A \nabla A = (A \setminus A) \cup (A \setminus A)$

$= \phi \cup \phi = \phi$

$\Rightarrow \forall A \in \mathcal{P}(x) \Rightarrow$ inverso de A es A $(A + A = \phi)$

• $A + B = A \nabla B = B \nabla A = B + A$

∇ conmuta

$\Rightarrow (\mathcal{P}(x), \nabla, \phi)$ es un grupo abeliano

2) • $(AB)C = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A(BC)$

$\cap$ asociativo

$\forall A, B, C \in \mathcal{P}(X)$

• $AX = A \cap X = A \quad \forall A \in \mathcal{P}(X)$

$\Rightarrow X$ es el neutro del producto

• $AB = A \cap B = B \cap A = BA$

$\cap$ conmuta

Sea $A \in \mathcal{P}(x) / \exists B$ tq $AB = X$

$\Rightarrow A \cap B = X$

$\Rightarrow \begin{cases} X \subseteq A \\ X \subseteq B \end{cases} \Rightarrow X = B = A$

$\Rightarrow$ Para A, el inv es X

$\Rightarrow (\mathcal{P}(x), \nabla, \cap, \phi, X)$ es un anillo conmutativo

tilibra

Digitalizado com CamScanner