

Nombre:

Cédula:

Parcial de Matemática II, módulo 1. Versión B.

1. (40 puntos) Se considera una población dividida en tres clases de edad de 5 años cada una, de la cual se sabe que su matriz de Leslie es

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Se pide:

- Indicar cuántas hijas en promedio tiene una hembra en cada clase de edad.
- Si se sabe que hay 100 hembras de menos de 5 años, 40 de entre 5 y 10 años y no hay ninguna de más de 10 años. ¿Cuántas hijas habrá en cada clase al cabo de 10 años?
- Si se sabe que en un momento dado hay 874 hembras de menos de 5 años, 46 de entre 5 y 10 años y 61 de más de 10 años. ¿Cuántas hembras había en cada clase 5 años antes?

2. (60 puntos) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -18 & 15 \\ 2 & 4 & -6 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$. Se pide:

- Estudiar la invertibilidad de A .
- Hallar el polinomio característico de A .
- Hallar los valores propios de A .
- Hallar una matriz invertible P y una matriz diagonal D tales que $A = PDP^{-1}$.

Solución.

1.
 - a) Tienen una las de menos de 5 años, cinco las de entre 5 y 10 años y dos las de más de 10 años.
 - b) Hay 440 hembras de menos de 5 años, 60 de entre 5 y 10 años y 10 más de 10 años.
 - c) Habían 230 hembras de menos de 5 años, 122 de entre 5 y 10 años y 17 de más de 10 años.

2.
 - a) Es $\det A = 0$, luego A no es invertible.
 - b) Es $\chi_A(\lambda) = -\lambda^3 + 9\lambda^2 - 8\lambda$.
 - c) Los valores propios de A son 1, 8, 0.
 - d)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$