

RESONANCIA

Luis Claro

Sección Biofísica

2021

Resonancia

- En física, la resonancia es el fenómeno por el cual un sistema oscilatorio alcanza una amplitud de oscilación mayor a la natural por la acción de un agente externo también oscilatorio.
- Para esto, es clave el concepto de **frecuencia de resonancia**.

Resonancia

- En general, el máximo efecto de la resonancia se alcanza cuando la frecuencia de oscilación del agente externo se aproxima a la frecuencia intrínseca del sistema.
- Es un fenómeno de gran importancia en diferentes áreas de la física y la ingeniería.

Ejemplos

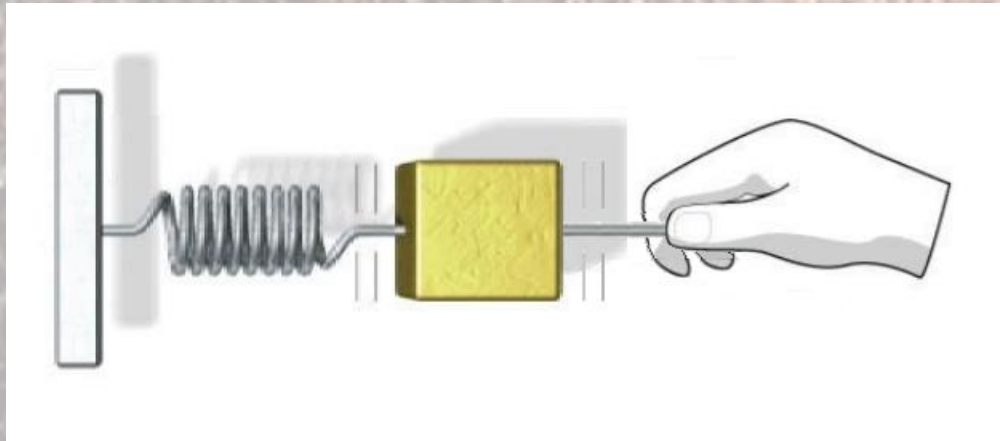


Ejemplos de Resonancia

- Resonancia mecánica y acústica.
- Resonancia eléctrica.
- Resonancia óptica.
- Resonancia orbital.
- Resonancia atómica, de partículas y moléculas

Ejemplo mecánico de Resonancia

- Consideremos un sistema masa-resorte al que se le aplica una fuerza externa que varía sinusoidalmente con el tiempo.



$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_0 \text{sen}(\omega t) - b \frac{dx}{dt} - kx$$

x: posición

m: masa

b: viscosidad

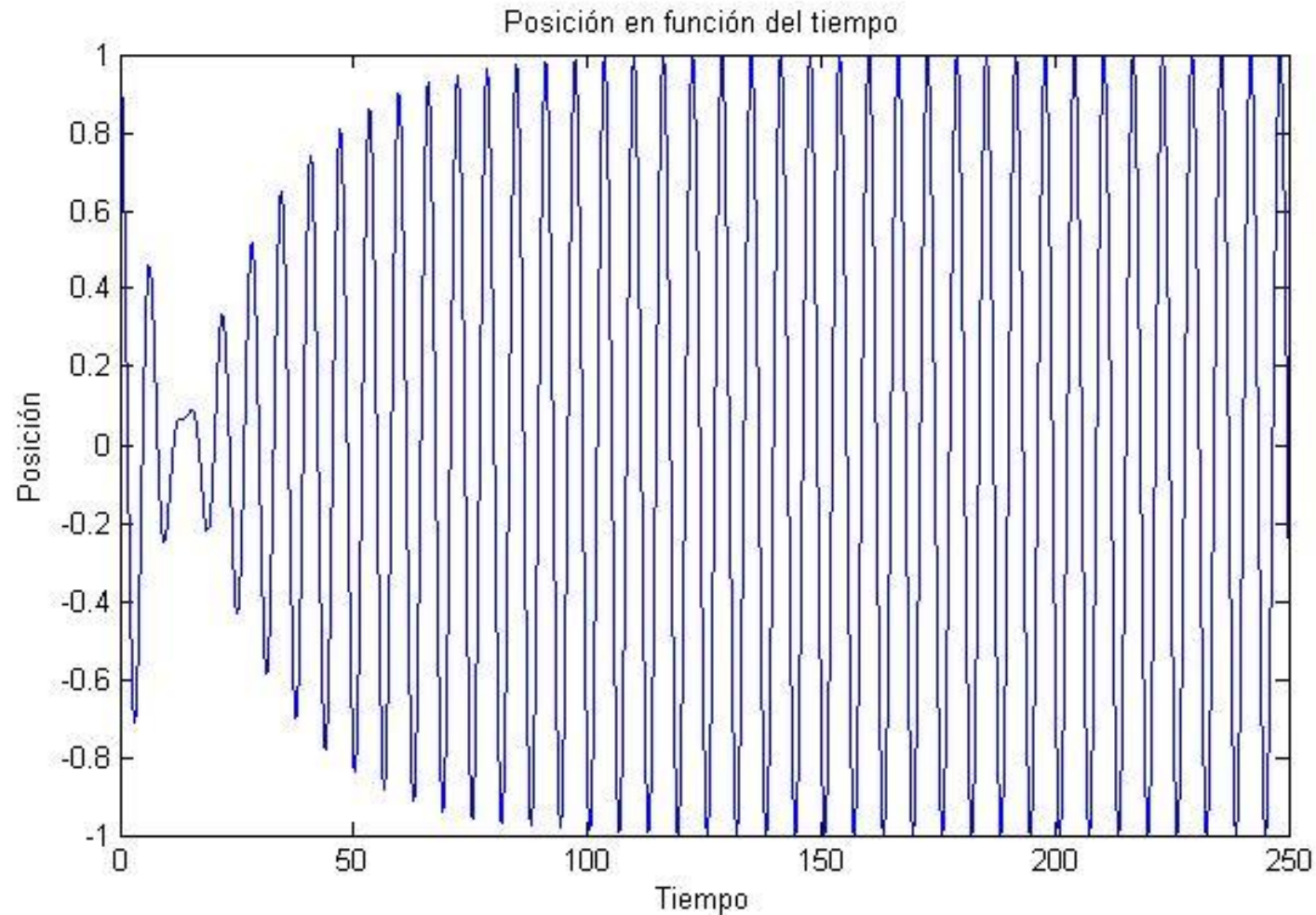
k: constante del resorte

F_0 : amplitud de la fuerza impulsora

ω : frecuencia angular de la fuerza impulsora

- Esta es la ecuación de un oscilador forzado.

Curso temporal: transitorio y fase estacionaria



Ejemplo mecánico de Resonancia

- Una solución a esta ecuación diferencial de segundo orden no homogénea se puede escribir de la siguiente manera (solución estacionaria):

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

- Donde:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (b\omega/m)^2}}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{b\omega}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}$$

- ω_0 : frecuencia natural del sistema en ausencia de fuerza impulsora

A como una función de ω

- La máxima amplitud se alcanza cerca del valor $\omega_0/\omega = 1$.
- Cuanto menor es la fricción, mayor es la amplitud máxima.
- El caso ideal $b=0$ implica que la amplitud máxima tiende a infinito para $\omega \rightarrow \omega_0$

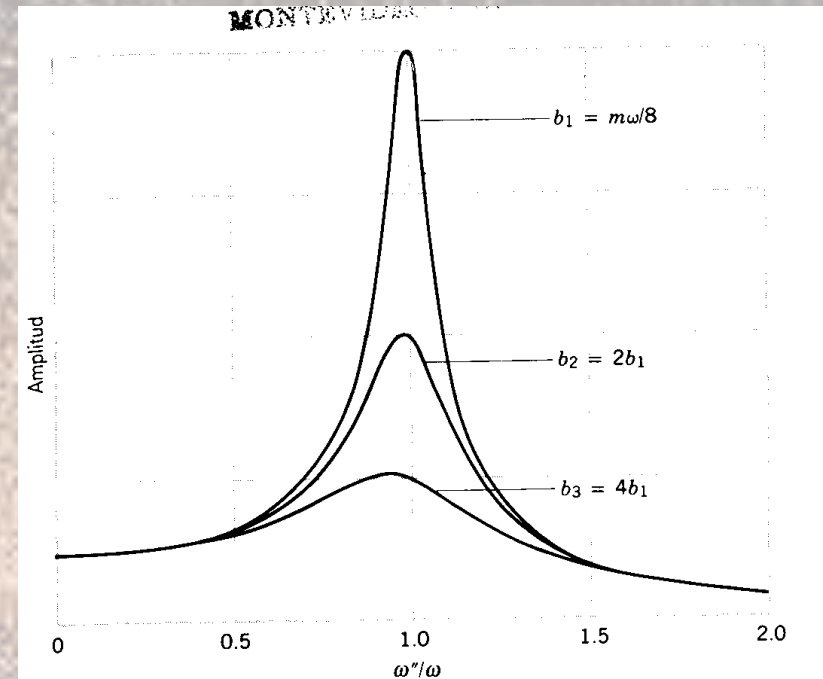


Figura 20 La amplitud F_m/G de un oscilador forzado cuando varía la frecuencia angular ω'' de la fuerza motriz. Las tres curvas corresponden a niveles de amortiguamiento diferentes, correspondiendo al amortiguamiento más pequeño la curva de resonancia de mayor pico.

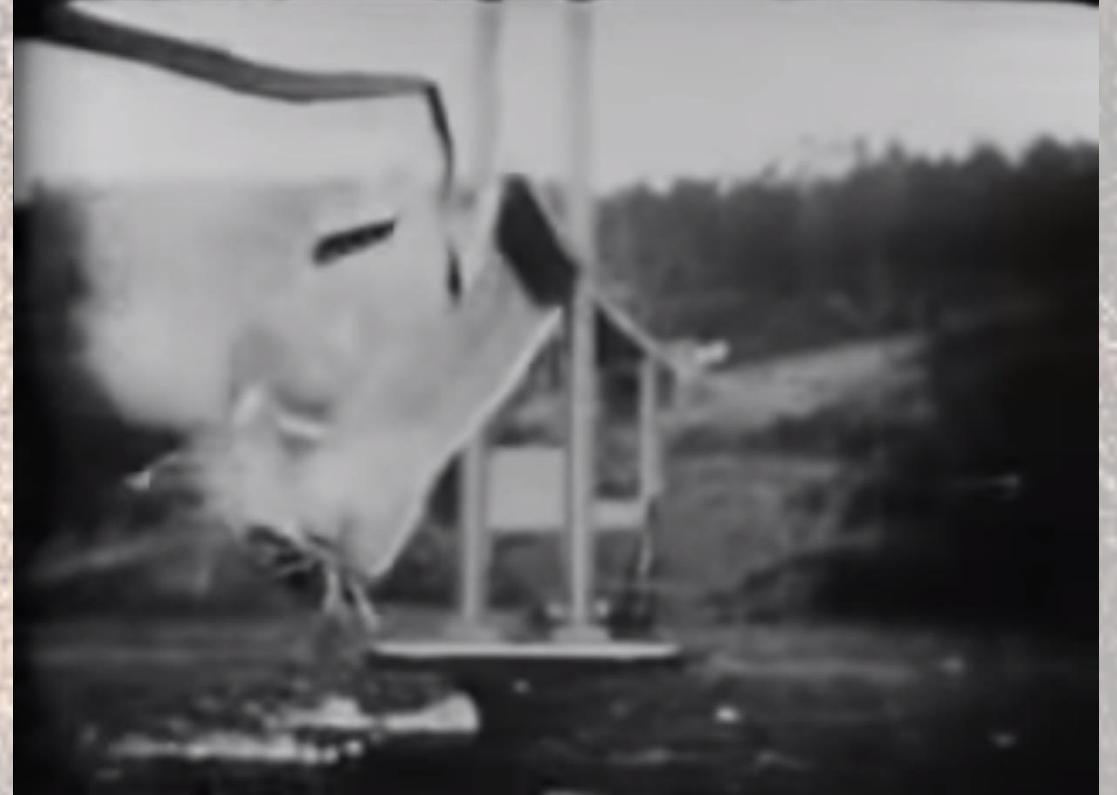
Tarea

- Dada:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (b\omega/m)^2}}$$

- 1) Calcular el valor exacto de ω para el que se alcanza la máxima amplitud, y el valor de la amplitud máxima.
- 2) Graficar A vs ω .
- 3) Verificar.

Puente de Takoma Narrows



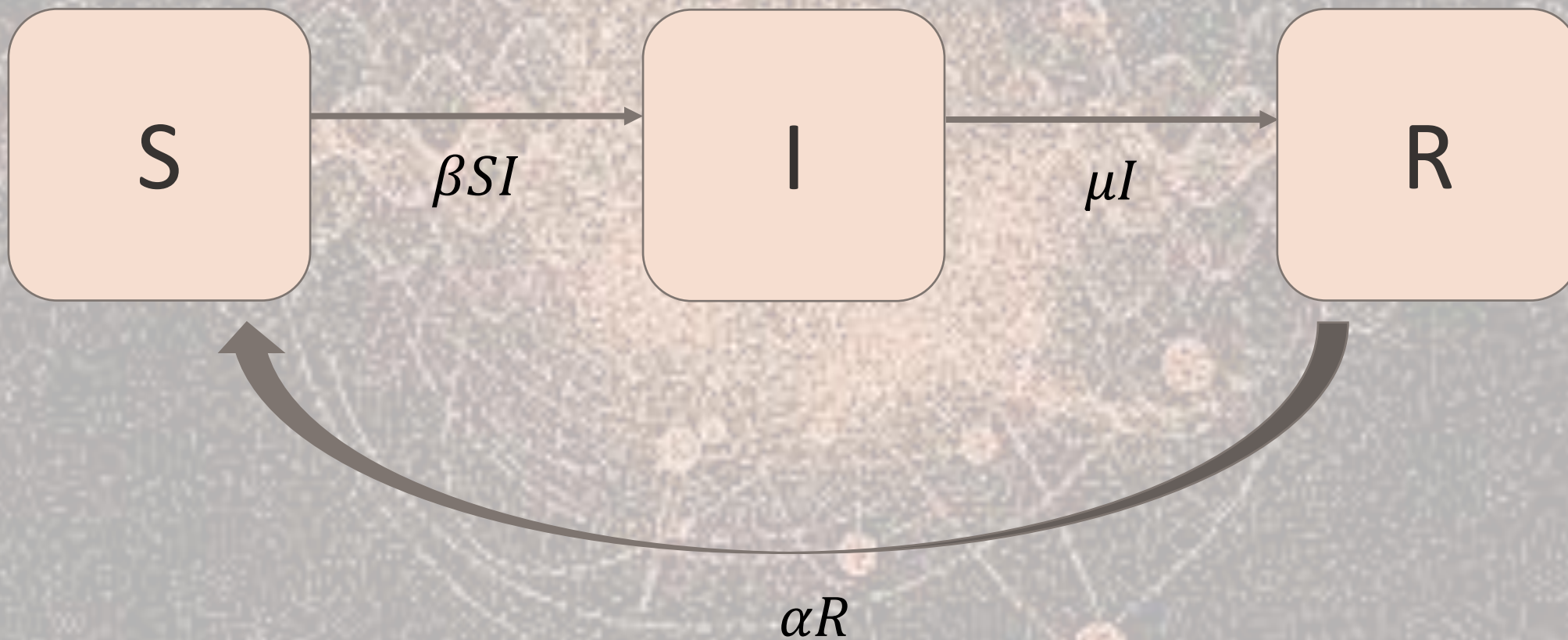
- Enlace para un video en YouTube
<https://www.youtube.com/watch?v=3mclp9QmCGs>

Flutter o
Flameo

Un ejemplo biológico

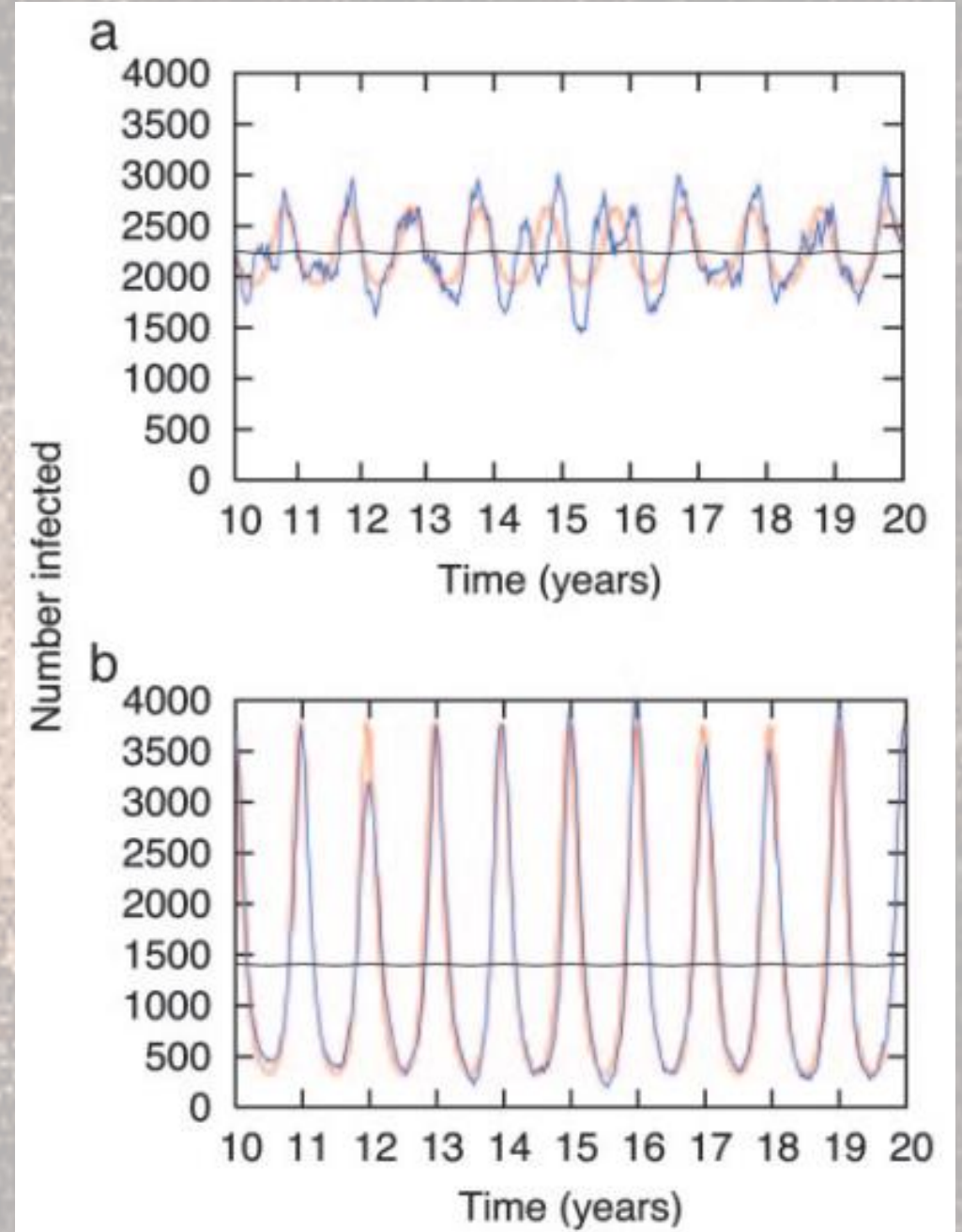
- Dynamical resonance can account for seasonality of influenza epidemics
(Dushoff *et al.*, 2004)
- Modelos SIRS continuo y discreto para estudiar la dinámica de la influenza
- Transmisibilidad varía según: $\beta(t) = \beta_0(1 + \beta_1 \cos(2\pi t))$

Modelo SIRS



Dushoff et al., 2004

- Efecto del forzamiento estacional de oscilaciones en la incidencia de influenza. Se estimuló la dinámica de la enfermedad en una población de 500000 personas con (azul) y sin (rojo) estocasticidad. A) Resonancia débil, $T \approx 0.59$ años. B) Resonancia fuerte, $T \approx 0.94$ años.



Dushoff et al., 2004

- Cuando la frecuencia natural del sistema se aproxima a la frecuencia de oscilación de la transmisibilidad, la diferencia entre picos y crestas es máxima.

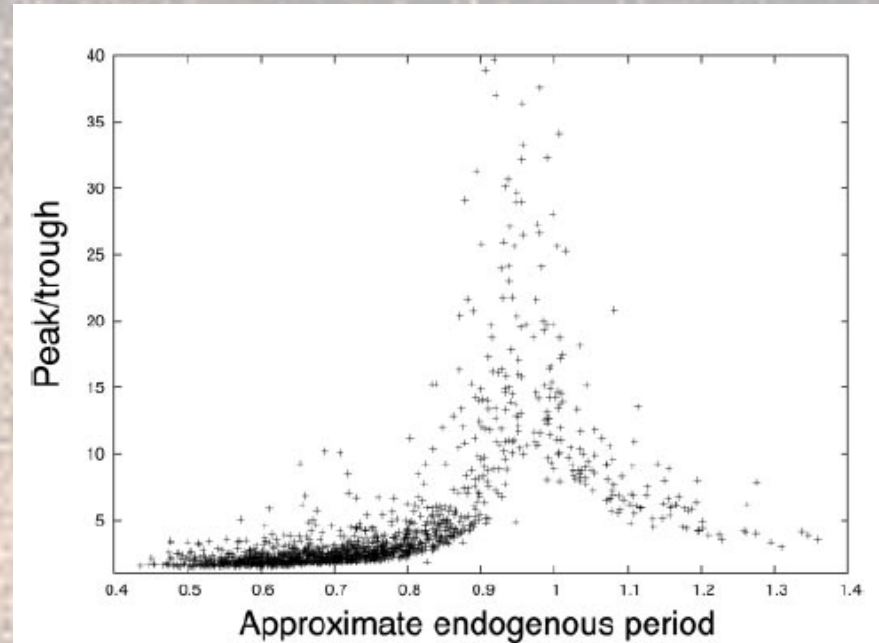
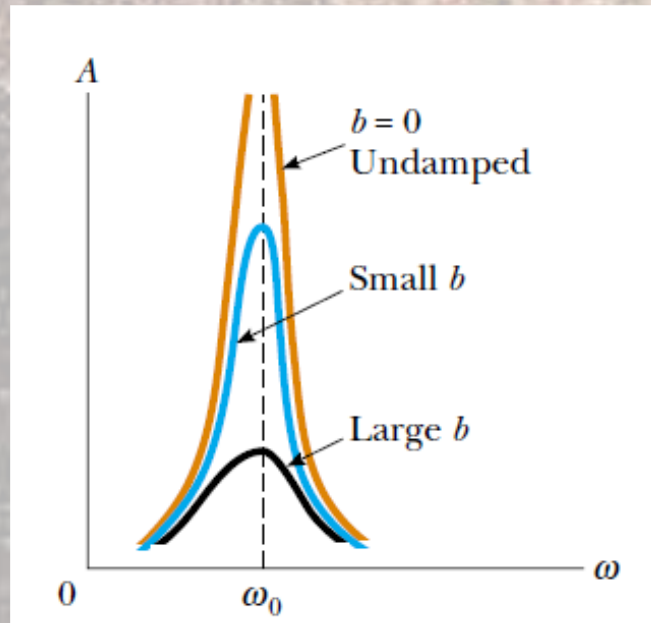


Fig. 2. Magnitude of observed oscillations (ratio of peak-to-trough incidence) in the stochastic forced SIRS epidemic model plotted against the approximated period of endogenous oscillations in the SIRS model $[2\pi\sqrt{DL}/(\mathcal{R}_0 - 1)]$, for 2,000 sets of parameters randomly chosen from the ranges given in the text (shown are the 1,560 trials where the disease persisted for at least 20 years after being started from the deterministic equilibrium). Underlying variation in transmission rate is $\pm 4\%$ (i.e., $\beta_1 = 0.04$ in Eq. 3). Strong resonance occurs when the approximate endogenous period is near 1 year.

Conclusiones

- En suma, la resonancia es un fenómeno de importancia central para el abordaje de sistemas oscilatorios.
- Además de las múltiples aplicaciones en física, es posible una analogía en sistemas biológicos conceptualmente comparables.
- El fenómeno puede manifestarse de forma diversa y dotar de comportamientos complejos a los sistemas a los que afecta.

Referencias

- Dushoff, J.; Plotkin, J. B.; Levin, S. A.; Earn, D. J. D. (2004) Dynamical resonance can account for seasonality of influenza epidemics, *PNAS*, **101** (48), 16915–16916.
- Serway, R. A.; Jewett, J. W. (2008) *Physics For Scientists And Engineers, Volumen 1, Sexta Edición.*
- Resnik, R.; Halliday, D.; Krane, K. S. (2001) *Física, Volumen 1, Cuarta Edición, Reimpresión por Compañía Editorial Continental.*