Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Matemática 2. Módulo 2
Curso 2021

Práctico 2: Derivadas parciales y direccionales. Puntos estacionarios.

1. Calcular las derivadas parciales de las siguientes funciones $f : U \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

$x+y$	$2x-3y$	xy	x^2+y^2	$(x+y)^2$
$\frac{1}{x+y}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{x+y}{x-y}$	$\frac{x}{x^2+y^2}$	$\frac{x-y}{x^2-y^2}$
e^{x+y}	e^{x^2y}	$\log(x+y)$	$e^x+\log(y)$	$\log(x^2+3y)$
$\sin(x+y)$	$\cos(x-2y)$	$\sin(x^2+y)$	$\sin(x)+\cos(y)$	$\sin(x)$
$\sin(e^x+y^2)$	$\sin\left(\cos\left(x+\frac{1}{y}\right)\right)$	$e^{\sin(x)}\cos(x)$	$\log(e^{x^2}+y)$	$\log(\sin(x)+y^2)$

2. La *función de Holling* se utiliza en ecología para expresar el número P de presas devoradas por un depredador (en un intervalo de tiempo fijo T_0), en función de dos variables: la densidad de presas disponibles d, y el tiempo de caza t que necesita el predador para perseguir, dominar, consumir y digerir cada presa:
$$P = f(d,t) = \frac{\alpha d T_0}{1+\alpha d t}$$
La constante α es una constante positiva, que se suele interpretar como la tasa de ataque del depredador. Se pide calcular las derivadas parciales de la función f e interpretar su signo.

3. La *ley general de los gases* dice: $\frac{PV}{T} = k$, donde P es la presión, V el volumen, T la temperatura y k es una constante que depende de la masa del gas. Esa fórmula permite despejar cada una de las variables P, V, T en función de las otras dos. Se pide:
   a) Calcular $\frac{\partial P}{\partial V}$, $\frac{\partial V}{\partial T}$ y $\frac{\partial T}{\partial P}$.
   b) Probar que vale la siguiente igualdad
$$\frac{\partial P}{\partial V}\frac{\partial V}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial P} = -1.$$

4. Calcular las derivadas direccionales de las funciones de la primera fila del Ejercicio 1 con respecto a la dirección del vector $(1,2)$ y de las funciones de la segunda fila, con respecto a la dirección del vector $v = (3,1)$.

5. Calcular $f_x(3,3)$, $f_y(1,2)$ y $D_v f(-1,1)$ para la función $f(x,y) = \frac{x}{y}$, siendo v un versor en la dirección del vector $(3,4)$.

6. Hallar los puntos estacionarios de las siguientes funciones, definidas en $\mathbb{R}^2$.
   a) $f(x,y) = 1 + x^2 - y^2$,
   b) $f(x,y) = e^x - y$,
   c) $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$,
   d) $f(x,y) = \log(2x^2+y^2)$,
   e) $f(x,y) = x^4 + 2x^2y^2 - 2y^2 - 3x^2 + 1$.

7. Calcular la matriz hessiana de las funciones del ejercicio 5.

8. Clasificar los puntos estacionarios de las funciones del ejercicio 5.