Electromagnetismo (2021)

Práctico 6

Campos eléctricos en la materia

1. Dos medios dieléctricos con permitividad ϵ_1 y ϵ_2 están separados por una frontera libre de cargas. La intensidad del campo eléctrico en la frontera (del lado del medio 1) tiene módulo E_1 forma un ángulo α_1 con la normal. Halle el módulo y dirección de E_2

2. Una varilla delgada dieléctrica de sección S se extiende sobre el eje x desde $x = 0$ hasta $x = L$. La varilla tiene una polarización permanente a lo largo de su longitud dada por $P(x) = ax^2 + b$. Hallar la densidad volumétrica de carga de polarización y la carga superficial de polarización en la superficie. Demostrar explícitamente que la carga neta total es nula en este caso.

3. Un cilindro dieléctrico de sección circular de radio R y una longitud L, se polariza en la dirección de su longitud. Si la polarización es uniforme y de magnitud P, calcular el campo eléctrico que resulta de esta polarización en un punto del eje del cilindro.

4. Suponga un dipolo puntual en el centro de una esfera dieléctrica de radio R. La esfera se encuentra en otro medio dieléctrico infinito. Calcular el campo dentro y fuera de la esfera.

5. Una esfera metálica de radio a tiene una carga Q y está rodeada por un dieléctrico lineal de radio externo b y permitividad ϵ.

   a) Hallar los campos $\vec{E}$, $\vec{D}$ y $\vec{P}$

   b) Hallar la densidad volumétrica de carga inducida y la densidad superficial de carga inducida en las dos superficies del dieléctrico.

6. Halle la energía requerida para armar una esfera de radio a cargada uniformemente con densidad de carga ρ, mediante los siguientes métodos.

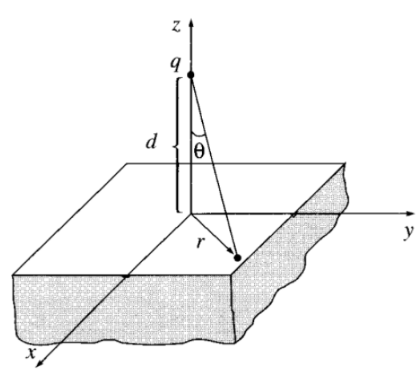
   a) Método 1: Calculando el trabajo para armar la esfera trayendo cargas desde el infinito.

   b) Método 2: Integrando la densidad de energía.

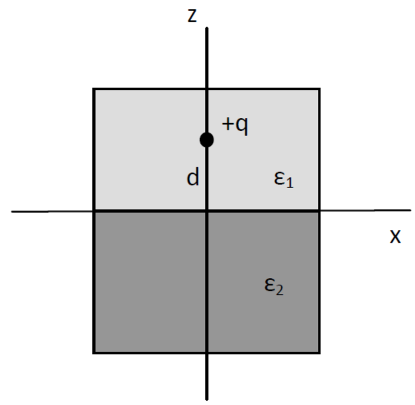
7. Suponga que la región por debajo del plano $z = 0$ está llena con un material dieléctrico lineal de susceptibilidad χ_e. Una carga puntual $+q$ se sitúa a una distancia d por encima del dieléctrico.

   a) Hallar la densidad superficial de carga que se induce en la superficio del dieléctrico.

   b) Hallar la fuerza sobre la carga q.



Una carga punual $+q$ se sitúa a una distancia d de la superficie de separación de dos medios dieléctricos lineales de permitividades ε_1 y ε_2, como se muestra en la figura.



8. *a*) Demostrarque el potencial eléctrico en todo el espacio puede calcularse utilizando el método de las imágenes.

   b) Halle todas las densidades de carga inducidad en el dieléctrico y la fuerza sobre la carga q.

9. Mostrar que el campo promedio dentro de una esfera de radio R, debido a toda la carga dentro de la esfera es:

$$\vec{E}_{medio} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{R^3}$$

Donde $\vec{p}$ es el momento dipolar total. Hay muchas formas de probar este resultado,una es la siguiente:

   a) Muestre que el campo promedio (en la esfera) debido a una carga puntual q ubicada en un punto $\vec{r}$ de la esfera es el mismo que el campo en $\vec{r}$ debido a una esfera uniformemente cargada con $\rho = -\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

   b) Este último se puede encontrar por la ley de Gauss. Exprese la respuesta anterior en función del momento dipolar de q.

   c) Usar el principio de superposición para generalizar a una distribución arbitraria de carga.

   d) Muestre que el campo medio sobre la esfera debido a todas las cargas **por fuera** de la esfera es el mismo que el campo que producen en el centro de la esfera.

10. Una esfera conductora de radio R flota, sumergida hasta la mitad en un medio líquido dieléctrico de permitividad $\epsilon = K\epsilon_0$. Se puede suponer que la región por encima del dieléctrico está vacía.

   a) Si la esfera tiene una carga neta Q. Hallar el campo eléctrico y las densidades de carga libre y total sobre la superficies de la esfera.

   b) Si la esfera tiene una masa m y cuando se encuentra descargada flota con un cuarto de su volumen sumergido en el dieléctrico. Hallar el potencial respecto al infinito para que la configuración de la parte anterior sea de equilibrio.

11. Se tiene un condensador plano cuyas placas son rectangulares de área $S = ab$ y están separadas una distacia d.

   a) Hallar la fuerza que ejerce una placa sobre la otra por integración directa.

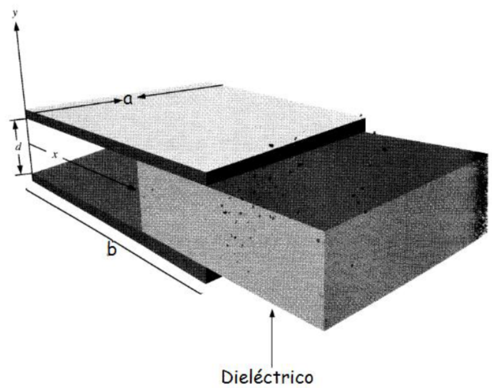
   b) Hallar la energía almacenada y deducir a partir de esta la fuerza entre las placas para los casos:

      1) Las placas se mantienen a una diferencia de potencial constante V_0

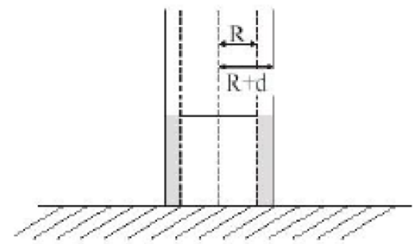
      2) Luego de haber sido sometidas a una diferencia de potencial V_0 se aíslan.

c) Se introduce parcialmente un trozo de lados rectangulares de dieléctrico, de permitividad ϵ, y dimensiones de sus lados d, a y b.

1) Hallar el campo eléctrico en el dieléctrico, en la región vacía entro las placas y las densidades de carga en las placas (tanto de polarización como libre).
2) Hallar la fuerza que se ejerce sobre el dieléctrico.



12. Dos cilindros coaxiales, tales que el espacio abierto entre ellos tiene radio interno R y externo $R + d$ ($d << R$), y largo L. Los mismos están dispuestos verticalmente de forma que su base queda exactamente sobre la superficie de un dieléctrico líquido de permitividad $\epsilon = K\epsilon_0$ y densidad volumétrica de masa $\rho = cte$. Si se somete a los conductores a una diferencia de potencial V_0, hallar hasta que altura h (suponga $h < L$) sube el dieléctrico entre los cilindros.



13. Una esfera conductora maciza de radio a se encuentra rodeada por un cascarón esférico también conductor de radio b. El cascarón está conectado a tierra y el potencial de la esfera se mantiene por medio de una batería en un valor constante V_0

a) Calcular la densidad de carga y a carga total sobre la esfera.
b) Considere un proceso ideal en que el radio del cascarón, por efecto de las fuerzas internas de origen eléctrico, se contrae a un valor $b' > a$. Durante ese proceso se mantiene constante el valor del potencial eléctrico ambos conductores. Calcular el trabajo realizado por las fuerzas internas.

14. Considere dos placas conductoras paralelas (de área A) separadas una cierta distancia h, sometidas a una diferencia de potencial V_0. Entre las placas hay un material de espesor d que posee una polarización permanente $\vec{P}$ uniforme, independiente del campo eléctrico existente en esa región.

a) Calcular la carga Q de las placas.
b) Calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ en todo punto de la región entre las placas.
c) Si desconecta la batería y el sistema se aísla, calcule la fuerza ejercida por una placa sobre la otra, utilizando argumentos energéticos. Si se extrae el material con polarización permanente ¿Cuánto valdría la fuerza ejercida por una placa sobre la otra?