Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Matemática 2. Módulo 2
Curso 2021

Repartido 4 - Mínimos cuadrados

1. Se consideran los puntos $(-3,9),(-2,6),(0,2)$ y $(1,1)$.

   a) Hallar la recta que mejor se aproxime a dichos puntos

   b) Graficar los puntos y la recta y obtenida.

2. Se pide lo mismo que en el ejercicio anterior, para los puntos $(24,47)$, $(27,30)$, $(22,35)$ y $(24,38)$.

3. Para determinar la concentración de proteínas en una solución se emplea el *método de Bradford*, que consiste en hacer reaccionar la muestra con un reactivo (el reactivo de Bradford), resultando un complejo de color azul. La cantidad de complejo formado (y por lo tanto la intensidad del color azul) será directamente proporcional a la concentración de proteína en la muestra. El color desarrollado se puede determinar midiendo la *absorbancia* (a 595 nm) en un espectrofotómetro. Por lo tanto si usamos la letra x para la concentración de proteínas e y para la absorbancia, entonces ambas están relacionadas por una fórmula del tipo $y = ax + b$.

   Cada vez que se usa este método hay que realizar una curva de calibración del reactivo, utilizando una solución estándar de proteína de concentración conocida. Eso nos permite determinar las constantes a y b de la fórmula anterior. Lo que se hace es medir la absorbancia de diferentes diluciones de la proteína estándar y luego se busca la recta que mejor aproxime esos datos.

   Consideremos los siguientes datos experimentales.

concentración (mg/mL)	absorbancia
0,1	0,096
0,2	0,213
0,3	0,289
0,4	0,357
0,5	0,429
0,6	0,521

   Aplicar el método de mínimos cuadrados para determinar los valores de a y b.

4. La temperatura de la tierra aumenta conforme aumenta la profundidad (entre 25 y 30 °C por kilómetro). Este incremento no es el mismo en todos lados, porque depende de las características físicas del material propio de cada zona del interior del planeta. Sin embargo se sabe que, por zonas, el aumento de temperatura tiene un comportamiento lineal, es decir, responde a una fórmula del tipo $t = \gamma z + t_0$, en la cual t es la temperatura y z es la profundidad, mientras que t_0 y γ (el gradiente geotérmico) son constantes que dependen del lugar. Supongamos que tenemos los siguientes datos

z (metros)	t (°C)
100	19
120	19,2
140	19,9
160	22,1

   Aplicar mínimos cuadrados para determinar los coeficientes t_0 y γ. Usar la fórmula obtenida para estimar la temperatura a 200 metros de profundidad.

5. La Ley de Hooke establece que, dentro de ciertos límites, hay una relación lineal entre la fuerza F ejercida por un resorte y la longitud l de éste. Es decir, que existen números reales α y β tales que $F = \alpha l + \beta$. Para un cierto resorte se tienen los siguientes datos:

longitud (cm)	fuerza (N)
8.89	4.5
10.2	9.8
11.4	12.5
12.7	19.1

Aplicar mínimos cuadrados para estimar las constantes α y β.

6. Un productor sabe que las cantidades (en miles) de unidades vendidas de su producto durante los cinco primeros meses del año fueron: 40, 42, 48, 53 y 55. Conjetura que la curva de ventas puede ser aproximada por una función lineal durante el resto del año. Aplicar mínimos cuadrados para hallar esta función y usarla para proyectar las ventas del mes 6 y del mes 12.