Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Matemática 2. Módulo 2
Curso 2021

Repartido 5: Integrales dobles

1. Calcular las siguientes integrales.

   a) $\iint_I x^2 + y \, dxdy; \; I = [0,1] \times [0,1]$.
   b) $\iint_I \operatorname{sen}(x) + \cos(y) \, dxdy; \; I = [0,\pi/2] \times [0,\pi/2]$.
   c) $\iint_I \operatorname{sen}(x) \cos(y) \, dxdy; \; I = [0,\pi/2] \times [0,\pi/2]$.
   d) $\iint_I \cos(x+y) \, dxdy; \; I = [0,\pi/2] \times [0,\pi]$.
   e) $\iint_I \cos(x+2y) \, dxdy; \; I = [0,\pi/2] \times [0,\pi/4]$.
   f) $\iint_I ye^{xy} \, dxdy; \; I = [1,2] \times [0,1]$.
   g) $\iint_I xe^{xy} \, dxdy; \; I = [1,2] \times [0,1]$.
   h) $\iint_I y^3 e^{xy^2} \, dxdy; \; I = [0,1] \times [-1,1]$.
   i) $\iint_I \frac{x}{y} \, dxdy; \; I = [1,2] \times [1,e]$.
   j) $\iint_I \frac{x+3y^2}{x+1} \, dxdy; \; I = [0,1] \times [0,1]$.

2. Si se tiene una lámina plana D cuya densidad en cada punto es $\mu(x,y)$, entonces la masa de la lámina se calcula mediante $\iint_D \mu(x,y) \, dxdy$.

   Calcular la masa de las láminas cuyas densidades (expresadas en kg por metro cuadrado) son las siguientes (la unidad de medida para las regiones es el metro):

   a) D es la lámina delimitada por $x = 0, \; x = 1, \; y = 0, \; y = 2$; $\mu(x,y) = 2x$.
   b) D es la lámina delimitada por $y = 0, \; y = 1, \; x = y, \; x = y^2$; $\mu(x,y) = 2x$.
   c) D es la lámina delimitada por $y = 1 - x^2, \; y = x^2 - 1$; $\mu(x,y) = x^2 + 2y$.

3. Calcular las siguientes integrales.

   a) $\iint_D x \, dxdy$, D es el interior del cuadrilátero de vértices $(0,0), \; (2,1), \; (3,3)$ y $(1,4)$.
   b) $\iint_D x \, dxdy$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 < 1, \; x > 0\}$.
   c) $\iint_D xy \, dxdy$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 < 4, \; x > 0, \; y > 0\}$.
   d) $\iint_D x + y \, dxdy$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 < 1, \; x > 0, \; y > 0\}$.
   e) $\iint_D y^2 \sqrt{9 - x^2} \, dxdy$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} < 1\}$.
   f) $\iint_D x \, dxdy$; $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + 4y^2 < 4, \; x > 0\right\}$.
   g) $\iint_D x + 2y \, dxdy$; $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; y \geq x^2, \; x \geq 0, \; y \leq 1\}$.
   h) $\iint_D x \, dxdy$; $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; \sqrt{4 - x^2} \leq y \leq 4 - x^2, \; 0 \leq x \leq 2\right\}$.